Probabilités, variables aléatoires, cours, terminale STMG

1 Loi de probabilité de variables aléatoires

Définition :
Soit E l'univers associé à une expérience aléatoire, c'est à dire l'ensemble des issues possibles. Toute fonction définie sur E et à valeurs dans $\mathbb{R}$ est appelée une *variable aléatoire*.

Définition :
Soit X une variable aléatoire définie sur l'univers E d'une expérience aléatoire. Notons I l'ensemble des valeurs prises par X, $I = \{x_1; x_2; \ldots; x_n\}$, et p_i la probabilité de l'événement « X prend la valeur x_i », événement noté $(X = x_i)$.
La loi de probabilité de la variable aléatoire X est la fonction définie sur I qui, à chaque valeur x_i, associe le nombre $p(X = x_i)$.

Notation :
On présente souvent la loi de probabilité sous forme de tableau :

valeur de X	x_1	x_2	...	x_n
$P(X = x_i)$	$P(X = x_1)$	$P(X = x_2)$	...	$P(X = x_n)$

Exemple :
On lance un dé. Si les faces 1 et 2 apparaissent on gagne 3 euros.
Si les faces 3,4,5 ou 6 sortent, on perd 2 euros.
On appelle X la variable aléatoire qui donne le gain algébrique de ce jeu.
X prend les valeurs 3 et -2.
On a $P(X = 3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ et $P(X = -2) = \frac{4}{6}$.
D'où la loi de probabilité de X :

Valeurs de X	-2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

2 Espérance d'une variable aléatoire

Définition :

On appelle *espérance mathématique* de X et on note $E(X)$ le nombre

$$E(x) = x_1p_1 + \ldots + x_np_n$$

Exemple :

L'espérance de la variable aléatoire de l'exemple précédent est :
$E(X) = \frac{2}{3} \times (-2) + \frac{1}{3} \times 3 = \frac{-4}{3} + 1 = -\frac{1}{3}$
L'espérance mathématique étant négative, on peut considérer le jeu comme en défaveur du joueur.