Statistiques à deux variables, terminale STMG

1 Vocabulaire

Définition :

- Soient x et y deux caractères quantitatifs d'une même population. Á chaque individu de la population on associe un couple $(x_i; y_i)$ où x_i et y_i pour $i \in \{1; \ldots; n\}$ avec n entier naturel sont les valeurs prises respectivement par x et y. L'ensemble de ces couples constitue une *série statistique à deux variables* x et y.
- Dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$, l'ensemble des points M_i de coordonnées $(x_i; y_i)$ est appelé .... associé à la série statistique.
- On appelle *point moyen* du nuage de points de cette série statistique le point G de coordonnées (............; ....) où .... est la .... de la série des x_i et .... est la .... de la série des y_i, c'est à dire :

....

et

....

Exemple :
Un magasin réalise une étude sur l'influence du prix de vente sur le nombre de machines à laver vendues au cours d'une année. Le tableau suivant donne les résultats de cette étude :

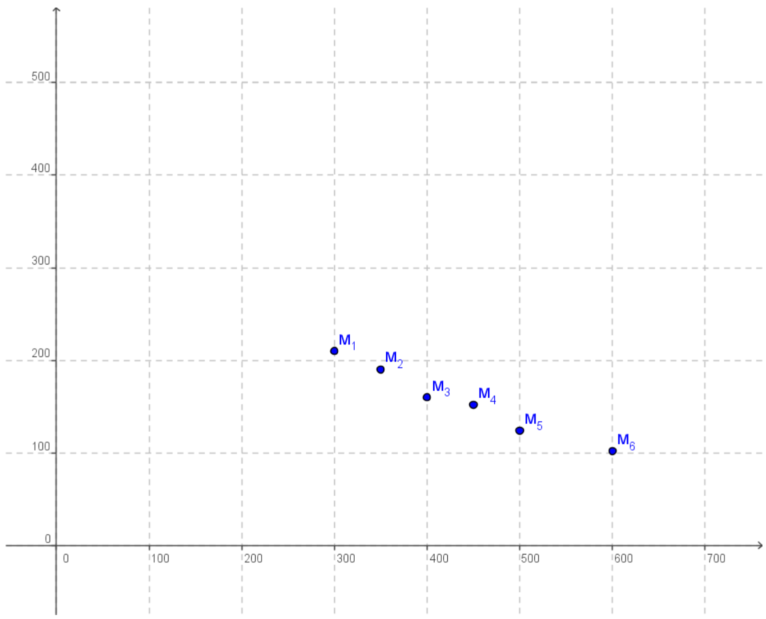
Prix x_i en euros	300	350	400	448	500	600
Nombre de machines vendues	208	190	160	152	124	102

Le nuage de points associé à cette série est constitué des points $M_1\,(300; 208)$, $M_2\,(350; 190)$,...,$M_6\,(600; 102)$.
$\bar{x} = ...$
et $\bar{y} = ...$
donc le point moyen est G(................; ....).

2 Ajustement d'un nuage de points

Définition :

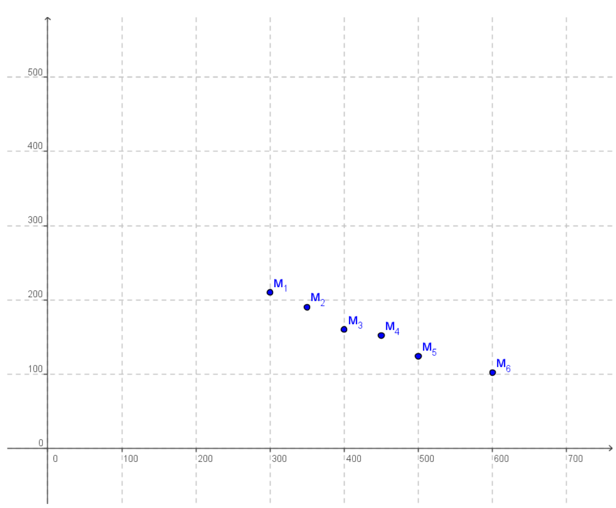
Toute droite "résumant approximativement" le nuage est appelée .... du nuage de points.



3 Détermination d'une équation de droite d'ajustement affine

Méthode graphique au jugé :

On trace « au jugé » une droite qui « semble résumer » le nuage de points. C'est une méthode simple mais ....



Propriété :

Soient A et B de coordonnées $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ deux points tels que .... Alors la droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées, elle a donc une équation de la forme .... et on a :

....

Exemple de savoir faire [Détermination de l'équation d'une droite dont on connaît les coordonnées de deux points] :

Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par les points $M_1\,(300; 208)$, $M_2\,(350; 190)$ Son équation est de la forme ....

....

donc son équation est $y =$ ....

Or $M_1 \in \mathcal{D}$ donc ses coordonnées vérifient l'équation d'où

.... = ... et $b =$ .... c'est à dire $b =$ ....

L'équation est donc ....

Méthode des moindres carrés :

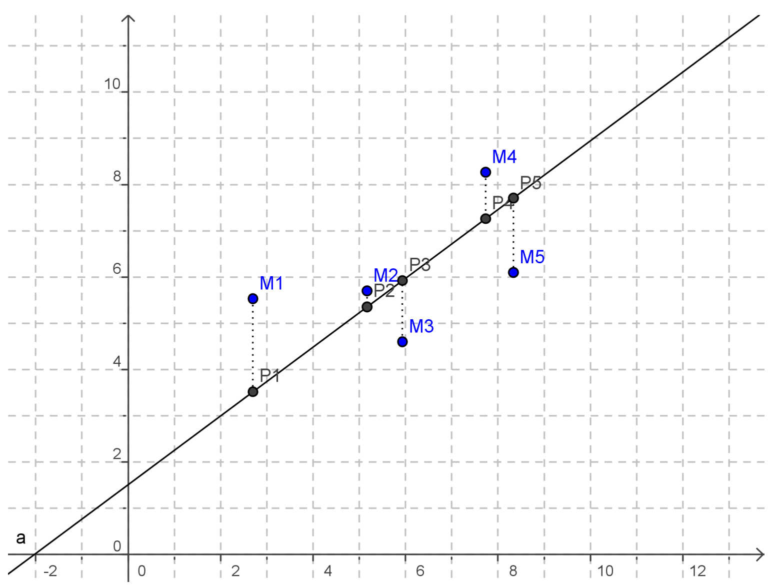
Avec les notations de la figure ci-dessous, étant donné un nuage de n points M_i, il existe une droite passant par le point moyen G et telle que la somme des carrés des écarts (ou *résidus*) $P_1M_1^2 + P_2M_2^2 + \ldots + P_nM_n^2$ soit minimale. Cette droite est appelée *droite de régression de y en x*. On peut montrer que son équation réduite est $y = mx + p$ avec :

$$m = \frac{(x_1 - \bar{x})(y_1 - \bar{y}) + (x_2 - \bar{x})(y_2 - \bar{y}) + \ldots + (x_p - \bar{x})(y_p - \bar{y})}{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \ldots + (x_p - \bar{x})^2}$$

et

$$p = \bar{y} - m\bar{x}$$

En pratique, on utilisera la calculatrice pour l'obtenir.



Exemple :

On reprend l'exemple précédent.

- Recherche de l'équation réduite à l'aide des formules :

$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})$	$(x_i - \bar{x})^2$
	Total		

D'où :

$m = ...$

et $p = ...$

- Recherche de l'équation réduite avec la calculatrice :
  - TI 82 et plus :
    Aller dans le menu $\boxed{\text{STAT}}$ puis $\boxed{\text{EDIT}}$. Entrer les valeurs x_i dans la colonne L_1 et les valeurs y_i dans la colonne L_2. Quitter ($\boxed{\text{2nde}}$ $\boxed{\text{QUIT}}$) puis menu $\boxed{\text{STAT}}$ et $\boxed{\text{CALC}}$. Choisir $\boxed{\text{LinReg(ax+b)}}$ puis $\boxed{\text{2nd}}\boxed{\text{L1}}\boxed{,}\boxed{\text{2nd}}\boxed{\text{L2}}$ pour indiquer les deux colonnes à utiliser. Valider ensuite par $\boxed{\text{ENTER}}$.
  - CASIO Graph 25 et plus :
    Aller dans le menu $\boxed{\text{STAT}}$ puis entrer les valeurs x_i dans la colonne 1 et les valeurs y_i dans la colonne 2. Sélectionner ensuite $\boxed{\text{CALC}}$. Choisir $\boxed{\text{SET}}$ et vérifier que la ligne « 2Var XList » est mise à « List1 » et que la ligne « 2Var YList » est mise à « List2 », sinon choisir le menu $\boxed{\text{LIST}}$ pour indiquer les numéros de liste adaptés. Taper ensuite sur $\boxed{\text{EXIT}}$ puis choisir $\boxed{\text{REG}}$ puis $\boxed{\text{X}}$.

- Obtention de l'équation réduite à l'aide d'un programme :

```
def moindreCarres(L1,L2):
        mL1=0
        for k in range(len(L1)):
                mL1=mL1+L1[k]
        mL1=mL1/len(L1)
        mL2=0
        for k in range(len(L2)):
                mL2=mL2+L2[k]
        mL2=mL2/len(L2)
        numerateur=0
        denominateur=0
        for k in range(len(L1)):
                numerateur=numerateur+(L1[k]-mL1)*(L2[k]-mL2)
                denominateur=denominateur+(L1[k]-mL1)**2
        m=numerateur/denominateur
        p=mL2-a*mL1
        return m,p
```