# Programmation linéaire, cours, terminale STMG

F.Gaudon

2 novembre 2019

## Table des matières

**1 Régionnement du plan** **2**

1.1 Résolution graphique d'inéquations linéaires à deux variables . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2

1.2 Résolution graphique de systèmes d'inéquations linéaires à deux variables . . . . . . . . . 3

**2 Programmation linéaire** **4**

# 1 Régionnement du plan

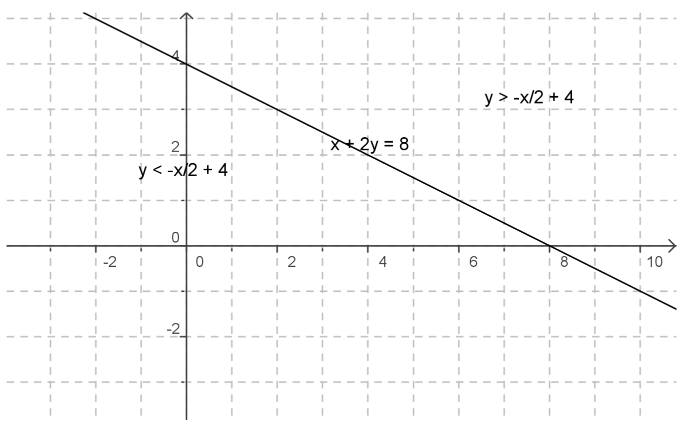
## 1.1 Résolution graphique d'inéquations linéaires à deux variables

**Propriété :**

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un repère. La droite $\mathcal{D}$ d'équation $ax+by=c$ où $a$, $b$ et $c$ sont des réels fixés détermine deux demi-plans de frontière $D$ :
- l'un est l'ensemble des points dont les coordonnées sont les solutions de l'inéquation linéaire $ax+by \leq c$ ;
- l'autre est l'ensemble des points dont les coordonnées sont les solutions de l'inéquation linéaire $ax+by \geq c$.

**Propriété :**

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un repère et $\mathcal{D}$ une droite d'équation $y=mx+p$. Les solutions de l'inéquation $y \leq mx+p$ (resp. $y \geq mx+p$)sont les coordonnées des points du demi-plan situé « en dessous » (resp. « au dessus) » de la droite $\mathcal{D}$.




**Méthode de résolution d'inéquations :**

On considère une inéquation de la forme $ax+by+c \leq 0$ ou $ax+by+c \geq 0$ avec $(a;b) \neq (0;0)$
Pour représenter graphiquement les solutions d'une telle inéquation dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ :
- on écrit l'inéquation sous la forme $y \leq mx+p$ ou $y \geq mx+p$ ou $x \leq k$ ou $x \geq k$ où $m$, $p$ et $k$ sont des réels ;
- on trace dans le repère la droite d'équation $y=mx+p$ ou $x=k$ ;
- on garde le demi-plan contenant les solutions d'après la propriété précédente.

## 1.2 Résolution graphique de systèmes d'inéquations linéaires à deux variables

**Propriété :**

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un repère du plan. Soit le système d'inéquations linéaires à deux variables $\mathcal{S}$ :

$$\begin{cases} (E_1) \\ (E_2) \\ \quad\dots \\ (E_n) \end{cases}$$

où $(E_1)$, $(E_2)$, ..., $(E_n)$ sont des inéquations de la forme $ax + by \leq c$ ou $ax + by \geq c$.

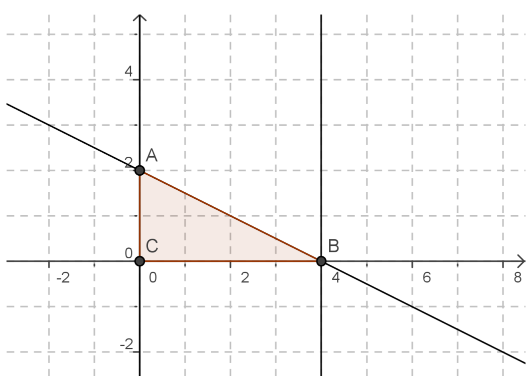
Les solutions de ce système sont les points du repère dont les coordonnées vérifient *toutes* les équations $(E_1$, $(E_2)$, ..., $(E_n)$. Il se trouvent à *l'intersection* de chacun des demi-plans définis par ces inéquations.

**Exemple :**

On considère le système d'inéquations suivant :

$$\begin{cases} 0 & \leq x \leq & 4 \\ y & \geq 0 & \\ x + 2y - 4 & \leq & 0 \end{cases}$$

On a $x + 2y - 4 \leq 0$ qui équivaut à $2y \leq -x + 4$ c'est à dire à $y \leq -\frac{x}{2} + 2$. On trace donc les droites d'équation $y = -\frac{x}{2} + 2$, $x = 0$, $x = 4$ et $y = 0$. On obtient ensuite la partie qui convient.



## 2 Programmation linéaire

**Propriété :**

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un repère du plan.

- Les droites qui ont une équation de la forme $ax + by = k$ où $a$ et $b$ sont deux réels et $k$ est un réel que l'on fait varier, sont des droites parallèles de coefficient directeur $\frac{-a}{b}$ ;
- pour des droites $\mathcal{D}_1$ et $\mathcal{D}_2$ d'équations $ax+by = k_1$ et $ax+by = k_2$ où $k_1$ et $k_2$ sont deux réels tels que $k_1 < k_2$, $\mathcal{D}_1$ coupe l'axe des ordonnées au dessus de $\mathcal{D}_2$.