

# Probabilités conditionnelles, cours, terminale STMG

## 1 Rappels sur les intersections et les réunions

Définition :

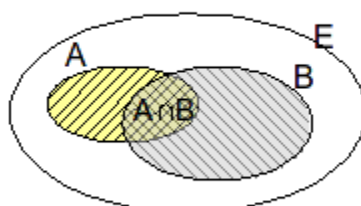
Soient  $A$  et  $B$  deux événements.

- L'événement  $A \cap B$  (lire " $A$  .....  $B$ ") est l'ensemble des issues qui réalisent à la fois  $A$  .....  $B$ .
- Lorsqu'aucune issue ne réalise  $A$  et  $B$ , c'est à dire  $A \cap B = \dots\dots\dots$ , on dit que  $A$  et  $B$  sont ..... ou .....  
.....
- L'événement  $A \cup B$  (lire " $A$  .....  $B$ ") est l'ensemble des issues qui réalisent  $A$  .....  $B$ , c'est à dire ..... des deux événements.
- L'événement  $\bar{A}$  appelé événement ..... ou ..... de  $A$  est l'ensemble des issues qui .....

Propriété :

Soit  $P$  une loi de probabilité sur un ensemble  $E$ .

- Pour tous les événements  $A$  et  $B$ , on a :  
.....
- En particulier, si  $A$  et  $B$  sont des événements incompatibles, alors  $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ .
- Pour tout événement  $A$ ,  
.....



## 2 Notion de probabilité conditionnelle

**Définition :**

Pour tout événement  $A$  non impossible et tout événement  $B$ , on appelle *probabilité conditionnelle de  $B$  sachant  $A$*  et notée  $P_A(B)$  le nombre

.....

**Exemple :**

Lors d'un sondage, 50% personnes des interrogées déclarent pratiquer un sport régulièrement et 75% des personnes interrogées déclarent aller au cinéma régulièrement. De plus, 40% des personnes déclarent faire du sport et aller au cinéma régulièrement. On interroge à nouveau une de ces personnes au hasard et on considère les événements « la personne interrogée pratique un sport régulièrement » et « la personne interrogée va au cinéma régulièrement » que l'on note  $S$  et  $C$  respectivement. On cherche à calculer la probabilité que la personne pratique un sport régulièrement sachant qu'elle va régulièrement au cinéma.

On a  $P(C) = 0,75$  et  $P(S \cap C) = 0,4$ . Donc  $P_C(S) = \dots\dots\dots$

**Propriété :**

Soient  $A$  et  $B$  deux événements non impossibles d'un univers donné. La connaissance de la probabilité d'un événement  $B$  et de la probabilité conditionnelle d'un événements  $A$  sachant  $B$  permet de retrouver la probabilité  $P(A \cap B)$  de l'intersection de  $A$  et  $B$  avec la formule

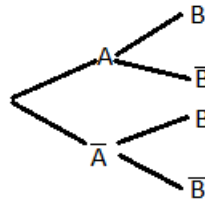
.....

**Propriétés :**

Pour tous les événements  $A$  et  $B$  tels que  $P(A) \neq 0$  :

- $P_A(A) = \dots\dots$  ;
- $P_A(\bar{B}) = \dots\dots\dots$  ;
- Si  $A$  et  $B$  sont des événements incompatibles (c'est à dire ne pouvant pas se réaliser simultanément ou encore tels que  $A \cap B = \dots\dots\dots$ ) alors  $P_A(B) = \dots\dots$

### 3 Arbre pondéré



**Définition :**

Le schéma ci-dessus est appelé *arbre pondéré* ou *arbre à probabilités*. Il comporte 4 *chemins* : ....., ....., ..... et ..... Un *noeud* est un point d'où partent .....

**Propriété :**

Dans un *arbre pondéré* ou *arbre à probabilités* comme ci-dessus,

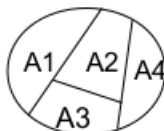
- La somme des probabilités portées sur les branches issues d'un même noeud est égale à 1 (par exemple,  $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = \dots$ ) ;
- la probabilité d'un chemin est le produit des probabilités portées par ses branches (par exemple,  $P(A \cap B) = \dots$ ) ;

### 4 Partitions et formule des probabilités totale

**Définition :**

Soient  $A_1, A_2, \dots, A_n$  pour  $n \geq 1$  des parties non vides d'un ensemble  $E$ . On dit que  $A_1, A_2, \dots, A_n$  forment *une partition* de  $E$  si les deux conditions suivantes sont vérifiées

- $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \dots$  ;
- pour tout  $i \in \{1; 2; \dots; n\}$  et tout  $j \in \{1; 2; \dots; n\}$  avec  $i \neq j$ , on a  $A_i \cap A_j = \dots$



**Formule des probabilités totale :**

Si  $A_1, A_2, \dots, A_n$  forment une partition d'un univers  $E$ , alors pour tout événement  $B$  de l'univers  $E$  :

.....

ou encore

.....

En particulier, pour tout événement  $A$ ,

.....

**Remarque :**

Sur l'arbre pondéré du paragraphe précédent, la probabilité d'un événement est la somme des probabilités des chemins qui le compose (par exemple,  $P(B) = \dots\dots\dots$ ).

## 5 Indépendance d'événements

**Définition :**

On dit que deux événements  $A$  et  $B$  sont *indépendants* lorsque

.....

**Propriété :**

Si  $P(A) \neq 0$  et  $P(B) \neq 0$  alors  $A$  et  $B$  sont indépendants ; si et seulement si  $P_A(B) = \dots\dots\dots$  si et seulement si  $P_B(A) = \dots\dots\dots$ , ce qui signifie que la probabilité que l'un des deux événements se réalise..... de la probabilité que l'autre se réalise.

**Exemple :**

On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. On appelle  $A$  l'événement « on tire un as »,  $T$  l'événement « on tire un trèfle » et  $N$  l'événement « on tire une carte noire ». On a  $P(A) = \dots\dots\dots$

$P(T) = \dots\dots\dots$

et  $P(N) = \dots\dots\dots$

D'une part  $A \cap T$  est l'événement « on tire l'as de trèfle » et  $P(A)P(T) = \dots\dots\dots$

qui est bien égal à  $P(A \cap T) = \dots\dots\dots$

ce qui montre que  $A$  et  $T$  sont indépendants.

D'autre part,  $T \cap N$  est l'événement « on tire un trèfle et une carte noire » dont la probabilité est  $P(T \cap N) = \dots\dots\dots$

Mais on a  $P(T)P(N) = \dots\dots\dots$

ce qui confirme que les événements  $T$  et  $N$  sont indépendants.

**Propriété :**

Si  $A$  et  $B$  sont deux événements indépendants, alors  $A$  et  $B$  sont ..... et  $\bar{A}$  et  $\bar{B}$  sont .....