

# Fonction inverse, classe de terminale STMG

## 1 Étude de la fonction inverse

Définition :

On appelle fonction *inverse* la fonction définie pour tout nombre réel appartenant à  $] - \infty; 0[ \cup ] 0; +\infty[$  par  $f : x \mapsto \frac{1}{x}$ .

Tableau de valeurs :

$x$	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	4
	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

Propriété :

La fonction inverse est dérivable sur  $] - \infty; 0[$  et sur  $] 0; +\infty[$  et sa dérivée est :

.....

Preuve :

On a pour tout réel  $a$  non nul et tout réel  $h$  tel que  $a + h \neq 0$ ,  
 $\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \dots$

qui tend vers ..... quand  $h$  tend vers 0.

Variations, propriété :

La fonction inverse est :

- strictement ..... sur .....
- strictement ..... sur .....

Preuve :

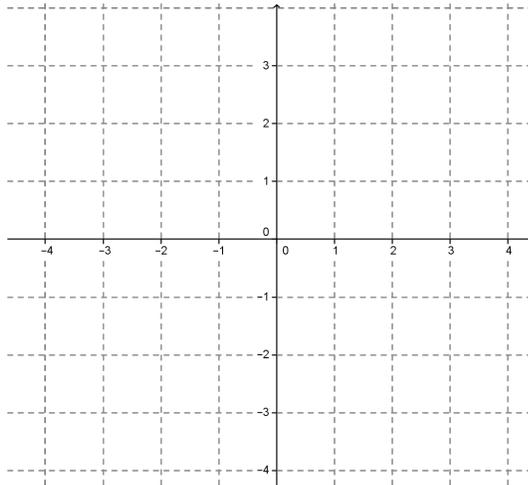
Sur ....., sa fonction dérivée ..... étant strictement ....., la fonction inverse est strictement .....

Sur ....., sa fonction dérivée étant strictement ....., la fonction inverse est strictement .....

$x$	$-\infty$	....	....	$+\infty$
		....	....	
$\frac{1}{x}$		.....	.....	.....
		....	....	

**Représentation graphique :**

La représentation graphique de la fonction inverse est appelée .....



**Signe :**

La fonction inverse est ..... sur  $] - \infty; 0[$  et ..... sur  $]0; +\infty[$ .

$x$	$-\infty$	....	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	....	....	....

**Comportement aux bornes de son ensemble de définition, propriété et définition :**

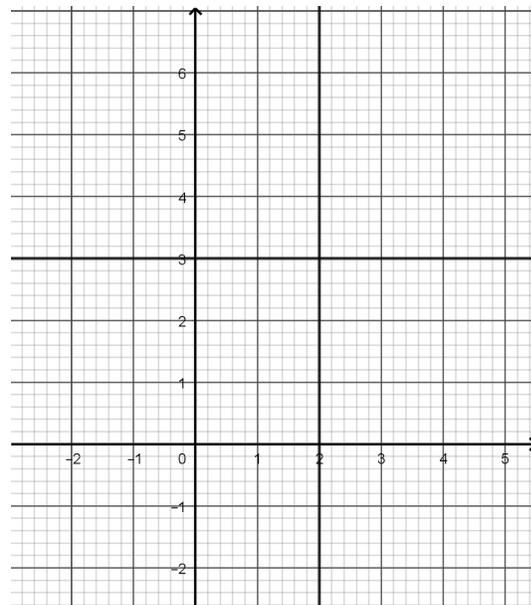
La représentation graphique admet deux ..... : l'axe des ..... et l'axe des .....

- Lorsque  $x$  devient de plus en plus proche de 0,  $\frac{1}{x}$  devient ..... en valeur absolue. On dit que l'axe des ..... est une ..... à la courbe représentative de la fonction inverse.
- Lorsque  $x$  devient de plus en plus grand en valeur absolue,  $\frac{1}{x}$  devient ..... On dit que l'axe des ..... est une ..... à la courbe représentative de la fonction inverse.

**Propriété (rappel) :**

Soit  $k$  un réel.

- L'équation  $x = k$  est l'équation de la droite parallèle à l'axe des ..... et passant par le point de coordonnées .....
- L'équation  $y = k$  est l'équation de la droite parallèle à l'axe des ..... et passant par le point de coordonnées .....



## 2 Application à l'étude de fonctions

**Exemple [Étude d'une fonction somme d'une fonction polynomiale et de la fonction inverse] :**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0; +\infty[$  par  $f(x) = 2x + 1 + \frac{8}{x}$ .

On a  $f'(x) = \dots$

...

Comme pour tout réel  $x$  non nul,  $x^2 > 0$ ,  $f'(x)$  est du signe de .....

..... est une fonction polynôme du second degré  $ax^2 + bx + c$  avec  $a = \dots$ ,  $b = \dots$  et  $c = \dots$ .

Par ailleurs, on constate que  $2(x + 2)(x - 2) = \dots$

En outre  $a > 0$  donc le signe de ..... est ..... d'où :

$x$	0	.....	$+\infty$
$f'(x)$	.....	....	....
$f$	.....	.....	.....
	.....	.....	