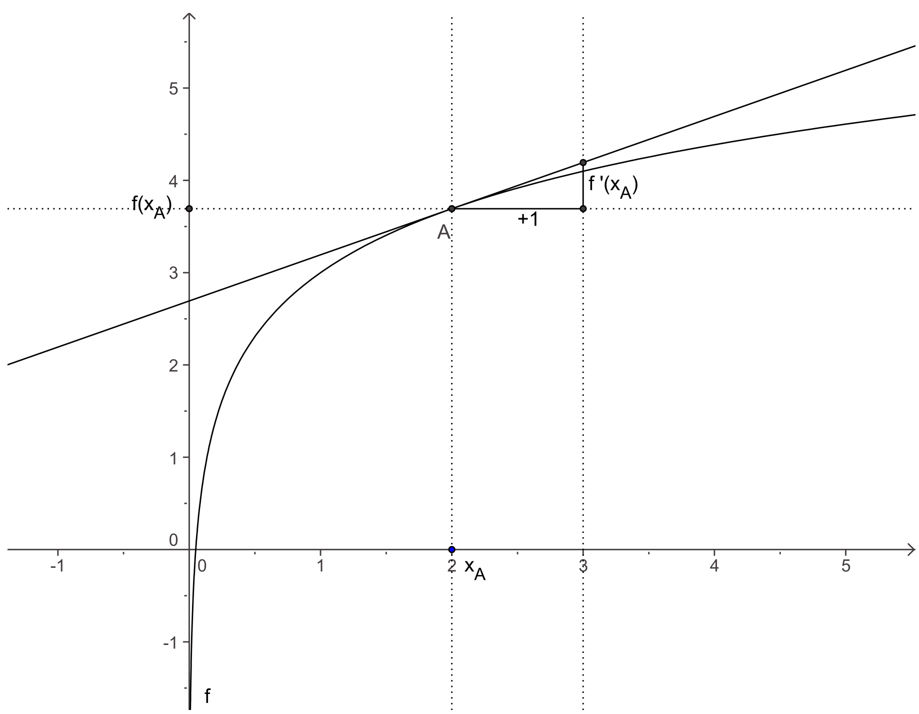
Dérivation et tangentes, cours, terminale STMG

F.Gaudon

3 juillet 2015

Définition :
Soit f une fonction définie et dérivable sur un intervalle I soit $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f. Soit x_A un réel de I et A le point de la courbe d'abscisse x_A. On appelle *tangente* à la courbe la droite passant par A et de coefficient directeur le nombre dérivé $f'(x_A)$.

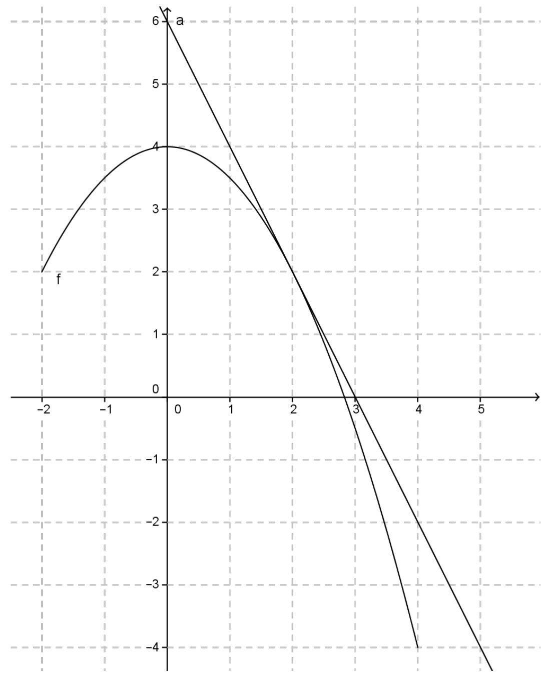


Propriété (rappel) :
Le coefficient directeur m d'une droite (d) passant par des points A et B de coordonnées $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ est donnée par :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

Exemple :

[Déterminer graphiquement l'équation d'une tangente à une courbe en un point]
On a tracé sur la courbe représentative d'une fonction f la tangente au point d'abscisse 1. Le point $A(2; 2)$ et le point $B(4; -2)$ semblent appartenir à la tangente. La tangente a une équation de la forme $y = mx + p$ avec
$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2-2}{4-2} = -2$.
L'ordonnée à l'origine p est par ailleurs $p = 6$ par lecture graphique, c'est l'ordonnée du point d'intersection de la tangente avec l'axe des ordonnées. D'où l'équation de la tangente au point d'abscisse 1 : $y = -2x + 6$.



Propriété :
La tangente $\mathcal{T}_A$ au point A d'abscisse x_A à la courbe $\mathcal{C}_f$ admet une équation réduite de la forme

$$y = mx + p$$

avec

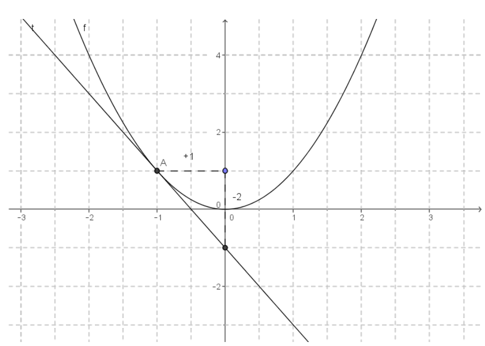
$$m = f'(x_A)$$

et

$$p = f(x_A) - mx_A = y_A - mx_A$$

ou encore :

$$y = f'(x_A)(x - x_A) + f(x_A)$$



Exemple :

Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2$ et A le point de coordonnées $(-1; 1)$.
On a $y_A = f(x_A) = f(-1) = 1$.
Par ailleurs $f'(x_A) = f'(-1) = -2$ par lecture graphique.
Donc la tangente à la courbe au point A est la droite passant par A et de coefficient directeur -2.
Son équation est $y = mx + p$ avec $m = -2$ et $p = f(x_A) - mx_A = y_A - mx_A = 1 - (-2) \times (-1) = -1$ c'est à dire $y = -2x - 1$.