Probabilités conditionnelles, cours, terminale STG

1 Rappels sur les intersections et les réunions

Définition :

Soient A et B deux événements.

- L'événement $A \cap B$ (lire "A .... B") est l'ensemble des issues qui réalisent à la fois A .... B.
- Lorsqu'aucune issue ne réalise A et B, c'est à dire $A \cap B =$ ...., on dit que A et B sont .... ou ....
- L'événement $A \cup B$ (lire "A .... B") est l'ensemble des issues qui réalisent A .... B, c'est à dire .... des deux événements.
- L'événement $\bar{A}$ appelé événement .... ou .... de A est l'ensemble des issues qui ....

Propriété :

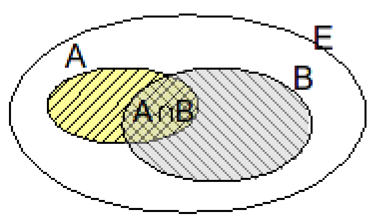
Soit P une loi de probabilité sur un ensemble E.

- Pour tous les événements A et B, on a :

$$............$$

- En particulier, si A et B sont des événements incompatibles, alors $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$.
- Pour tout événement A,

$$.................$$



2 Notion de probabilité conditionnelle

Définition :

Pour tout événement A et tout événement B non impossible, on appelle *probabilité conditionnelle de A sachant B* et notée $P_B(A)$ le nombre

...

Exemple 1 :
Lors d'un sondage, 50% personnes des interrogées déclarent pratiquer un sport régulièrement et 75% des personnes interrogées déclarent aller au cinéma régulièrement. De plus, 40% des personnes déclarent faire du sport et aller au cinéma régulièrement. On interroge à nouveau une de ces personnes au hasard et on considère les événements ≪ la personne interrogée pratique un sport régulièrement ≫ et ≪ la personne interrogée va au cinéma régulièrement ≫ que l'on notent S et C respectivement. On cherche à calculer la probabilité que la personne pratique un sport régulièrement sachant qu'elle va régulièrement au cinéma.

On a $P(C) = 0,75$ et $P(S \cap C) = 0,4$. Donc $P_C(S) =$ ....

Remarque :
Soient A et B deux événements non impossibles d'un univers donné. La connaissance de la probabilité d'un événement B et de la probabilité conditionnelle d'un événements A sachant B permet de retrouver la probabilité $P(A \cap B)$ de l'intersection de A et B avec la formule :

....

.

Exemple 2 :
La tableau suivant montre la répartition du personnel dans une usine :

	Cadres	Ouvriers	Total
Hommes	100	200	300
Femmes	50	150	200
Total	150	350	500

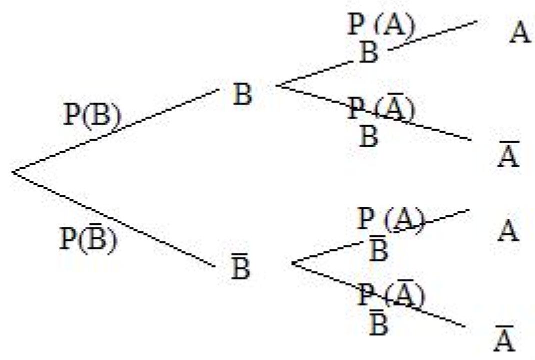
On rencontre un employé au hasard. On note H l'événement ≪ l'employé rencontré est un homme ≫ et C l'événement ≪ l'employé rencontré est un cadre ≫.

On a $P(H) =$ .... et $P_H(C) =$ .... $P_H(\bar{C}) =$ ....

On a $P_H(C) + P_H(\bar{C}) = 1$.

En outre, $P(H \cap C) =$ ....

3 Arbre pondérés



Définition :

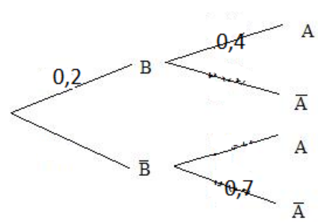
Le schéma ci-dessus est appelé *arbre pondéré* ou *arbre à probabilités*. Il comporte 4 *chemins* : $A \cap B$, $A \cap \bar{B}$, ... et .... Un *noeud* est un point d'où partent plusieurs branches.

Propriété :

Dans un *arbre pondéré* ou *arbre à probabilités* comme ci-dessus,

- La .... des probabilités portées sur les branches issues d'un même noeud est égale à 1. Par exemple, ... ;
- la probabilité d'un chemin est .... des probabilités portées par ses branches. Par exemple, ... ;
- la probabilité d'un événement est .... des probabilités des chemins qui le compose. Par exemple, ...

Exemple :



Sur l'arbre ci-dessus :

- $P_B(A) =$.... ; $P_{\bar{B}}(\bar{A}) =$.... ; $P(B) =$.... ;
- $P(\bar{B}) =$.... ;
- $P_B(\bar{A}) =$..... ;
- $P(B \cap A) =$.... ;
- $P(A) =$...................... ....