

# Taux d'évolutions, cours de Terminale STG

## 1 Évolutions

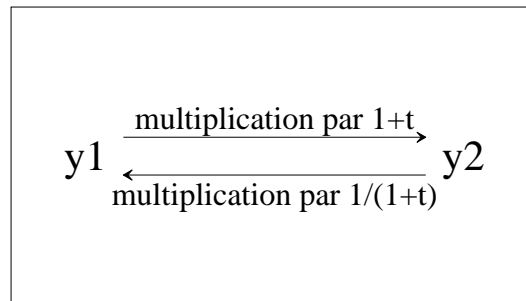
### 1.1 De la valeur initiale à la valeur finale

Propriété et définition :

Si une quantité évolue à partir d'une valeur  $y_1$  de départ d'un taux  $t$  (augmentation si  $t > 0$ , diminution si  $t < 0$ ), alors la valeur finale  $y_2$  est :

...

$1 + t$  est appelé le *coefficient multiplicateur* associé à la hausse ou à la baisse.



Propriété et définition :

On appelle *coefficient multiplicateur réciproque* le coefficient multiplicateur permettant de passer de  $y_2$  à  $y_1$ . Il vaut :

...

Le taux d'évolution associé est ..... et est appelé *taux d'évolution réciproque*.

Preuve :

... = ...

... = ...

... = ...

Exemple :

Le prix du gasoil a augmenté de 20% en un an. Son prix actuel est de 1,07€ par litre.

....

Il y a un an le litre de gasoil valait .....

## 1.2 Trouver le taux d'évolution

Propriété :

Si une quantité varie d'une valeur initiale  $y_1$  à une valeur finale  $y_2$  alors le taux d'évolution est :

...

Preuve :

$$y_2 = (1 + t)y_1$$

$$y_2 = y_1 + ty_1$$

$$y_2 - y_1 = ty_1$$

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$$

Exemple :

L'indice CAC40 de la bourse de Paris est passé de 5327 points à 4784 points.

...

L'indice a donc baissé de .....

Remarque :

Dans l'exemple précédent, le coefficient multiplicateur est  $\frac{4784}{5327} \approx 0,898$ .

Le coefficient multiplicateur réciproque est ..... d'où un taux réciproque de .....

Cela signifie qu'une augmentation de 4784 points à 5327 points aurait été de ..... pas de .....

## 2 Évolutions successives

### 2.1 Taux global et coefficient multiplicateur global

Propriété et définition :

Si une quantité subit  $n$  évolutions successives (augmentations ou diminutions) de taux  $t_1, t_2, \dots, t_n$  à partir d'une valeur initiale  $y_1$ , alors la quantité finale est :

...

...

est le *coefficient multiplicateur global*.

...

est le *taux global*.

Exemple :

La population d'une ville augmente de 2,3% en un an puis diminue de 3,4% les deux années suivantes.

...

Le coefficient multiplicateur global est donc .....

Le taux global d'évolution est ..... soit une baisse de .....

Attention : ce n'est pas la somme des taux successifs : .....

## 2.2 Taux moyen

Propriété et définition :

Si une quantité subit 2 évolutions successives de taux  $t_1$  et  $t_2$ , on appelle alors *coefficient multiplicateur moyen* le nombre

...

et on appelle *taux moyen* le taux qui lui est associé, c'est à dire le nombre

...

Exemple :

Un prix initial de 100 € subit une augmentation de 2 % puis une baisse de 30 %.

...

Le coefficient multiplicateur global est .....

...

Le coefficient multiplicateur moyen est .....

En outre, ..... soit ..... de baisse annuelle en moyenne.

## 3 Indices de base 100

Définition :

On appelle *indice*  $i$  de base 100 d'une quantité  $y_2$  par rapport à une quantité  $y_1$ , le nombre :

...

Exemple :

On suit l'évolution du prix d'un produit : il valait 16 € en 2006 et vaut 18,2 € en 2007.

...

L'indice du prix en 2007 par rapport à 2006 est donc .....

Propriété :

Soit  $t$  le taux d'évolution d'une quantité  $y_1$  à une quantité  $y_2$ . On suppose que l'on connaît l'indice  $i$  de  $y_2$  par rapport à  $y_1$ . Alors

...

**Preuve :**

On a  $i = \frac{y_2}{y_1} \times 100$  par définition donc  $\frac{y_2}{y_1} = \frac{i}{100}$ . D'autre part,  $t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$  par définition. Par conséquent,

$$\begin{aligned} t &= \frac{y_2}{y_1} - \frac{y_1}{y_1} \\ &= \frac{y_2}{y_1} - 1 \\ &= \frac{i}{100} - 1 \end{aligned}$$

**Exemples :**

On prend pour référence de l'indice des prix des produits manufacturés l'année 2004.

- Si l'indice en 2005 vaut 105,3 alors le taux d'augmentation entre 2004 et 2005 a été de :

...

- Si entre 2004 et 2006, les prix ont augmenté de 9,7 % alors l'indice des prix en 2006 est :

...

**Propriété :**

Le taux d'évolution entre deux quantités est égal au taux d'évolution

...

**Preuve :**

Soient  $y$  la quantité de référence pour le calcul des indices,  $y_1$  et  $y_2$  les deux quantités,  $i_1$  et  $i_2$  les indices correspondants. Le taux d'évolution entre les quantités  $y_1$  et  $y_2$  est donné par :

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1}$$

Or  $i_1 = \frac{y_1}{y} \times 100$  donc  $y_1 = \frac{y \times i_1}{100}$  et de même  $y_2 = \frac{y \times i_2}{100}$ . Donc  $t = \frac{\frac{y \times i_2}{100} - \frac{y \times i_1}{100}}{\frac{y \times i_1}{100}}$  ce qui donne par simplification  $t = \frac{y \times i_2 - y \times i_1}{y \times i_1}$  donc  $t = \frac{i_2 - i_1}{i_1}$ .

**Exemple :**

On étudie le chiffre d'affaires d'une entreprise sur plusieurs années :

Année	2001	2002	2003
Chiffre d'affaires	2500	2875	3125
Indice	100	....	....

L'indice du chiffre d'affaires de 2002 par rapport à 2001 est :

...

Celui de 2003 par rapport à 2001 est :

...

Le taux d'évolution entre 2002 et 2003 est :

...

soit environ .....

## 4 Approximations de taux faibles

### Propriété :

- Pour  $t$  « proche » de 0,  $(1+t)^2 \approx 1+2t$ .  
Deux évolutions successives pour un taux  $t$  voisin de 0 reviennent donc approximativement à une évolution de taux  
...
- Pour  $t$  « proche » de 0,  $(1+t)^n \approx 1+nt$  pour tout entier naturel  $n$ .  $n$  évolutions successives de taux  $t$  voisin de 0 reviennent donc approximativement à une évolution de taux ...

### Propriété :

Pour  $t$  « proche » de 0,  $\frac{1}{1+t} \approx 1-t$ .  
Le taux réciproque d'une évolution pour un taux  $t$  voisin de 0 est donc approximativement de  
...

### Exemple :

- Un prix subit une augmentation de 0,2 %. Le prix après augmentation est alors de 70 €.

Calcul du prix initial :

...

soit environ 69,86027.

Calcul du prix initial approché à l'aide de la propriété énoncée :

...

soit exactement 69,86.

Il y a donc une différence mais compte tenu de la situation elle est négligeable.

- Par contre, supposons que l'augmentation est maintenant de 2 %. Calcul du prix initial :

...

soit environ 68,63.

Calcul du prix initial approché à l'aide de la propriété énoncée :

...

soit environ 68,60.

La différence n'est plus négligeable.