

# Programmation linéaire, cours, terminale TSTG

## 1 Régionnement du plan

### 1.1 Propriétés graphiques des inéquations linéaires à deux variables

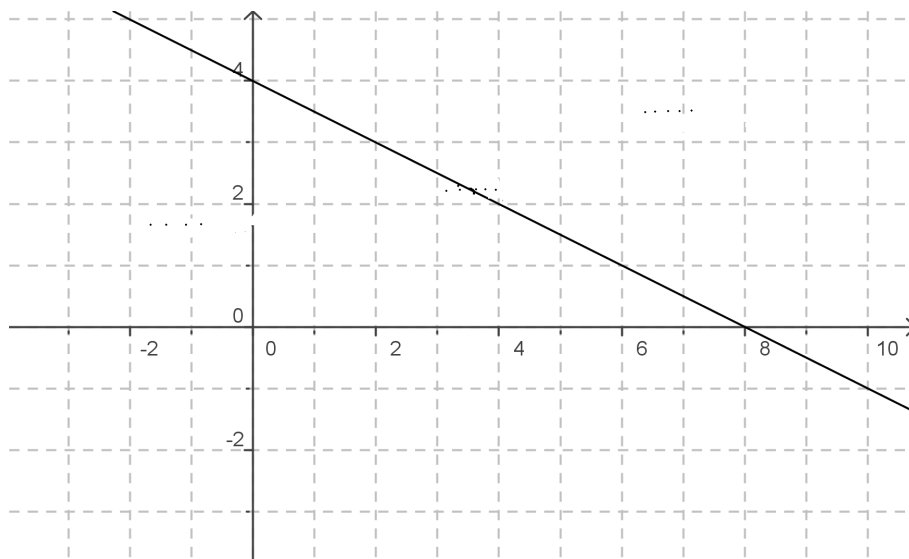
Propriété :

Soit  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  un repère. La droite  $\mathcal{D}$  d'équation ..... où  $a$ ,  $b$  et  $c$  sont des réels fixés avec  $(a; b) \neq (0; 0)$  détermine deux demi-plans de frontière  $\mathcal{D}$  :

- l'un est l'ensemble des points dont les coordonnées sont les solutions de l'inéquation linéaire .....
- l'autre est l'ensemble des points dont les coordonnées sont les solutions de l'inéquation linéaire .....

Propriété :

Soit  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  un repère et  $\mathcal{D}$  une droite d'équation  $y = mx + p$ . Les solutions de l'inéquation  $y \leq mx + p$  (resp.  $y \geq mx + p$ ) sont les coordonnées des points du demi-plan situé ..... (resp. .... de la droite  $\mathcal{D}$ .



## 1.2 Méthode de résolution graphique des inéquations linéaires à deux inconnues

Méthode :

On considère une inéquation de la forme  $ax+by+c \leq 0$  ou  $ax+by+c \geq 0$  avec  $(a; b) \neq (0; 0)$   
 Pour représenter graphiquement les solutions d'une telle inéquation dans un repère  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  :

- on écrit l'inéquation sous la forme ..... ou ..... ou ..... ou ..... où  $m, p$  et  $k$  sont des réels ;
- on trace dans le repère la droite d'équation ..... ou ..... ;
- on garde le demi-plan contenant les solutions d'après la propriété précédente.

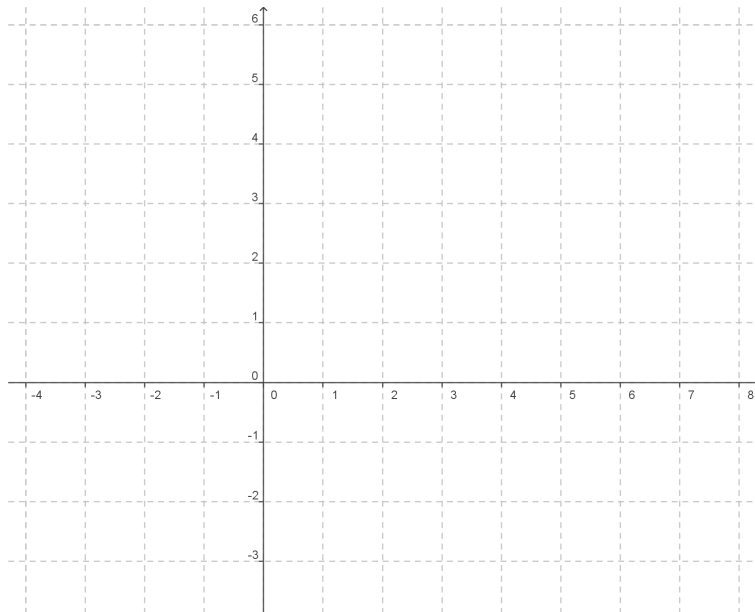
Exemple :

Résolution graphique de l'inéquation  $3x + 2y \leq 4$ .

- On met l'inéquation sous la forme réduite : .....
- on trace la droite d'équation .....

$x$	.....	.....
$y$	...	...

- on hachure le demi-plan qui ne convient pas.



### 1.3 Résolution graphique de systèmes d'inéquations linéaires à deux variables

Propriété :

Soit  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  un repère du plan. Soit le système d'inéquations linéaires à deux variables  $\mathcal{S}$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} (E_1) \\ (E_2) \\ \dots \\ (E_n) \end{array} \right.$$

où  $(E_1), (E_2), \dots, (E_n)$  sont des inéquations de la forme  $ax + by \leq c$  ou  $ax + by \geq c$ .

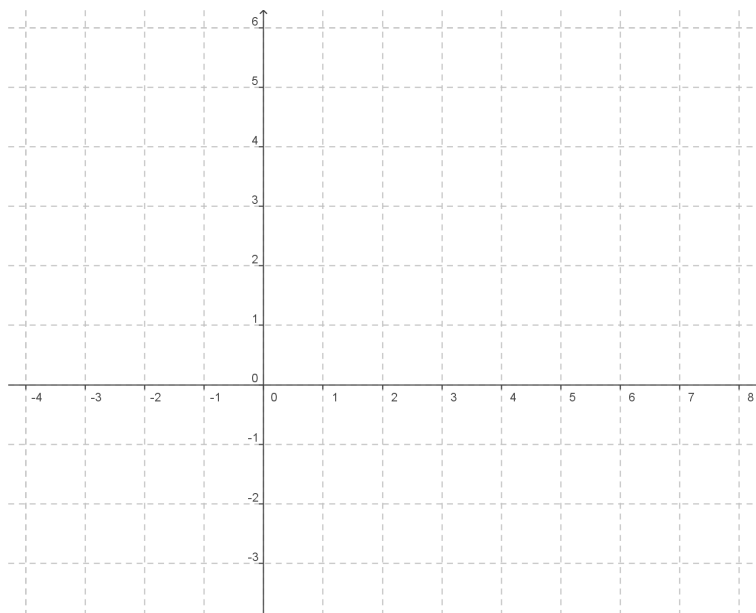
Les solutions de ce système sont les points du repère dont les coordonnées vérifient *toutes* les équations  $(E_1), (E_2), \dots, (E_n)$ . Il se trouvent à l'intersection de chacun des demi-plans définis par ces inéquations.

Exemple :

On considère le système d'inéquations suivant :

$$\left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 4 \\ y \geq 0 \\ x + 2y - 4 \leq 0 \end{array} \right.$$

- On met les inéquations qui le nécessitent sous la forme réduite : on a  $x + 2y - 4 \leq 0$  qui équivaut à ..... c'est à dire à .....
- On trace les droites d'équation  $y = -\frac{x}{2} + 2$ ,  $x = \dots$ ,  $x = \dots$  et  $y = \dots$
- On hachure les parties du plan qui ne conviennent pas.



## 2 Programmation linéaire

Propriété :

Soit  $(O; \vec{i}; \vec{j})$  un repère du plan.

- Les droites qui ont une équation de la forme  $ax + by = k$  où  $a$  et  $b$  sont deux réels et  $k$  est un réel que l'on fait varier, sont des droites parallèles de coefficient directeur  $-\frac{a}{b}$  ;
- pour des droites  $\mathcal{D}_1$  et  $\mathcal{D}_2$  d'équations  $ax + by = k_1$  et  $ax + by = k_2$  où  $k_1$  et  $k_2$  sont deux réels tels que  $k_1 < k_2$ ,  $\mathcal{D}_1$  coupe l'axe des ordonnées ..... de  $\mathcal{D}_2$ .

