

Généralités sur les probabilités, cours de Terminale STG

F.Gaudon

28 mai 2009

Table des matières

1	Vocabulaire des probabilités	2
2	Équiprobabilité	2
3	Propriétés des probabilités	3

1 Vocabulaire des probabilités

Définitions :

- Une expérience est dite *aléatoire* lorsqu'elle a plusieurs *issues* aussi appelées *éventualités* possibles dont on ne peut pas prévoir laquelle sera réalisée.
- L'ensemble de toutes les éventualités constitue *l'univers* de tous les possibles.
- Un *événement* est une partie de l'univers. Un événement constitué d'une seule issue est appelé *événement élémentaire*.

Exemple :

Le lancer d'un dé à six faces constitue une expérience aléatoire d'issue x_i pour i allant de 1 à 6 et correspondants à la sortie de la face i du dé. Il y a donc 6 issues ou éventualités possibles. « Obtenir 1 ou 2 » est un événement. « Obtenir 1 » est un événement élémentaire. « Obtenir 7 » est l'événement impossible.

Propriété :

Soit Ω un univers fini.

- La probabilité $P(A)$ d'un événement A de l'univers est la somme des probabilités des éventualités qui composent A ;
- la probabilité de l'événement certain Ω est 1 ;
- pour tout événement A , $0 \leq P(A) \leq 1$.

2 Équiprobabilité

Définition :

Lorsque les r issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité p de se réaliser, on dit qu'il y a *équiprobabilité*. Alors $p = \frac{1}{r}$.

Exemple :

Pour le lancer d'un dé non truqué à six faces, chaque face ayant la même probabilité d'apparaître, la loi est équirépartie et chaque face i a une probabilité p_i d'apparaître égale à $p_i = \frac{1}{6}$

Propriété :

Dans le cas d'une situation d'équiprobabilité, la probabilité d'un événement A est :

$$P(A) = \frac{\text{nombre d'issues favorables à } A}{\text{nombre d'issues possibles constituant } E}$$

Exemple :

La tableau suivant montre la répartition des personnels d'une usine :

	Cadres	Ouvriers	Total
Hommes	100	200	300
Femmes	50	150	200
Total	150	350	500

On rencontre une personne au hasard. On note H l'événement « la personne rencontrée est un homme » et C l'événement « la personne rencontrée est un cadre ».

Il y a équiprobabilité car, la rencontre se faisant au hasard, toutes les personnes ont la même probabilité d'être rencontrées.

L'univers est constitué des 500 personnes de l'usine.

L'événement H est constitué de 300 personnes. La probabilité de l'événement H est donc $P(H) = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$.

L'événement C est constitué de 150 issues. La probabilité de l'événement C est donc $P(C) = \frac{150}{500} = \frac{3}{10}$.

3 Propriétés des probabilités

Définition :

Soient A et B deux événements.

- L'événement $A \cap B$ (lire « A inter B » ou « A et B ») est l'ensemble des issues qui réalisent à la fois A et B .
- Lorsqu'aucune issue ne réalise A et B , c'est à dire $A \cap B = \emptyset$, on dit que A et B sont *incompatibles*.
- L'événement $A \cup B$ (lire « A union B » ou « A ou B ») est l'ensemble des issues qui réalisent A ou B , c'est à dire au moins l'un des deux événements.
- L'événement \bar{A} appelé événement *complémentaire* ou *contraire* de A est l'ensemble des issues qui ne réalisent pas A .

Propriété :

Soient A et B deux événements. On a :

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

et

$$P(\bar{A}) = 1 - P(A)$$

Preuve :

- Il suffit de dénombrer les éventualités élémentaires composant chacun des événements.
- On a $E = A \cup \bar{A}$ et $A \cap \bar{A} = \emptyset$ donc A et \bar{A} sont incompatibles et $P(E) = P(A \cup \bar{A}) = P(A) + P(\bar{A})$. Or $P(E) = 1$ donc $1 = P(A) + P(\bar{A})$ d'où $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$.

Exemple :

On tire une carte dans un jeu de 32 cartes. Chaque carte a la même probabilité $\frac{1}{32}$ d'être tirée. On appelle C l'événement « On tire un coeur » et R l'événement « On tire un roi ».

La probabilité $P(C)$ est $\frac{8}{32}$. La probabilité $P(R)$ est $\frac{4}{32}$.

$H \cap C$ est l'événement « On tire le roi de coeur ». Sa probabilité $P(H \cap C)$ est $\frac{1}{32}$.

$H \cup C$ est l'événement « On tire un roi ou un coeur ». Sa probabilité est $\frac{8}{32} + \frac{4}{32} - \frac{1}{32} = \frac{11}{32}$. On enlève $\frac{1}{32}$ afin de ne pas compter deux fois le roi de coeur.