Probabilités, TSTG

F. Gaudon

30 mai 2009

Définition :

Pour tout événement A et tout événement B non impossible, on appelle *probabilité conditionnelle de A sachant B* et notée $P_B(A)$ le nombre

$$\ldots$$

Exemple :

Lors d'un sondage, 50% personnes des interrogées déclarent pratiquer un sport régulièrement et 75% des personnes interrogées déclarent aller au cinéma régulièrement. De plus, 40% des personnes déclarent faire du sport et aller au cinéma régulièrement. On interroge à nouveau une de ces personnes au hasard et on considère les événements « la personne interrogée pratique un sport régulièrement » et « la personne interrogée va au cinéma régulièrement » que l'on notent S et C respectivement. On cherche à calculer la probabilité que la personne pratique un sport régulièrement sachant qu'elle va régulièrement au cinéma.

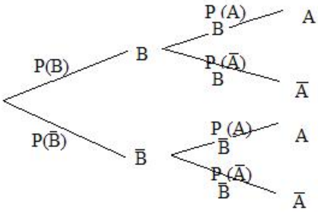
On a $P(C) = 0,75$ et $P(S \cap C) = 0,4$. Donc $P_C(S) = ...$

Remarque :

Soient A et B deux événements non impossibles d'un univers donné. La connaissance de la probabilité d'un événement B et de la probabilité conditionnelle d'un événements A sachant B permet de retrouver la probabilité $P(A \cap B)$ de l'intersection de A et B avec la formule :

$$....$$

.



Définition :

Le schéma ci-dessus est appelé *arbre pondéré* ou *arbre à probabilités*. Il comporte 4 *chemins* : $A \cap B$, $A \cap \bar{B}$, ... et .... Un *noeud* est un point d'où partent plusieurs branches.

Propriété :

Dans un *arbre pondéré* ou *arbre à probabilités* comme ci-dessus,

- La .... des probabilités portées sur les branches issues d'un même noeud est égale à 1. Par exemple,

  ....
- la probabilité d'un chemin est .... des probabilités portées par ses branches. Par exemple,

  ....
- la probabilité d'un événement est .... des probabilités des chemins qui le compose. Par exemple,

  ....

Exemple :
La tableau suivant montre la répartition du personnel dans une usine :

	Cadres	Ouvriers	Total
Hommes	100	200	300
Femmes	50	150	200
Total	150	350	500

Exemple (suite) :
On rencontre un employé au hasard. On note H l'événement « l'employé rencontré est un homme » et C l'événement « l'employé rencontré est un cadre ».
On a $P(H) =$ .... et $P_H(C) =$ ....
$P_H(\bar{C}) =$ .... On a bien $P_H(C) + P_H(\bar{C}) = 1$.
En outre, $P(H \cap C) =$ ....
$P(C) = P(C \cap H)$........$P(C \cap \bar{H})$.

Définition :

On dit que deux événements A et B sont *indépendants* lorsque

....

Remarque :

Si $P(B) \neq 0$ alors deux événements A et B sont indépendants à condition que $P_B(A) = P(A)$ (ou $P_A(B) = P(B)$ si $P(A) \neq 0$), ce qui signifie que la probabilité que l'un des deux événements se réalise ne dépend pas de la probabilité que l'autre se réalise.

Exemple :
On tire au hasard une carte d'un jeu de 32 cartes. On appelle A l'événement « on tire un as », T l'événement « on tire un trèfle » et N l'événement « on tire une carte noire ». On a
$P(A) = ...$
$P(T) = ...$
$P(C) = ...$
$A \cap T$ est l'événement « .... ».
$P(A)P(T) = ...$
qui est bien égal à $P(A \cap T)$ ce qui montre que A et T sont
....
$T \cap N$ est l'événement « .... ».
dont la probabilité est .... mais on a
$P(T)P(N) = ...$ ce qui confirme que les événements T et N ne sont évidemment pas ....