Dérivation de fonctions, classe de terminale STG

Dérivation de fonctions, classe de terminale STG

F. Gaudon

http://mathsfg.net.free.fr

30 mai 2009

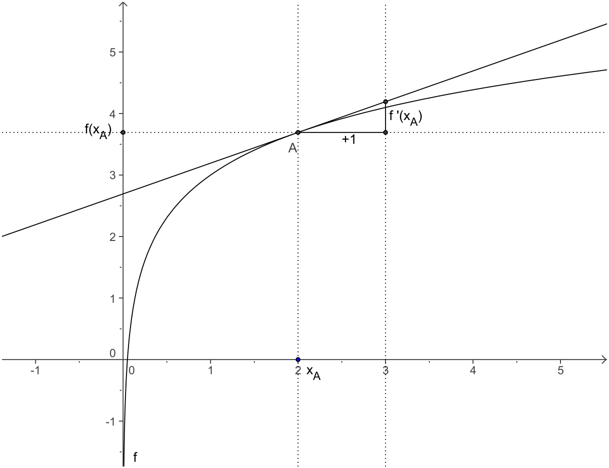
1. Nombre dérivé et tangente

2. Fonction dérivée

3. Opérations sur les fonctions dérivables
   - Somme
   - Multiplication par un nombre réel k
   - Produit
   - Quotient
   - Puissances

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I et dont la courbe représentative $\mathcal{C}_f$ admet en un point d'abscisse x_A avec $x_A \in I$ une tangente. Le nombre dérivé de f en x_A noté $f'(x_A)$ est le coefficient directeur de cette tangente.


5
4
3
2
1
0
-1
-1
0
1
2
3
4
5
f(xA)
A
+1
f '(xA)
xA
f

Propriété (rappel) :

Le coefficient directeur m d'une droite (d) passant par des points A et B de coordonnées $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ est donnée par :

...

Propriété :

La tangente $\mathcal{T}_{\mathcal{A}}$ au point A d'abscisse x_A à la courbe $\mathcal{C}_f$ admet une équation réduite de la forme

...

Définition :

- Une fonction f est dite .... sur un intervalle I si en tout réel a de I il existe .... c'est à dire si en tout point A de la courbe $\mathcal{C}_f$ il existe ....
- La fonction qui, à tout point a de I, associe le nombre dérivé de f en a s'appelle .... et est notée ....

Exemple :
Soit $f : x \longmapsto 2x - 3$ définie sur $I = \mathcal{R}$. On a le tableau de valeurs suivant :

x	0	1
$f(x)$	....	......

La courbe représentative $\mathcal{C}_f$ admet une tangente en tout point. Cette tangente est la courbe C_f elle-même. Pour tout élément a de $\mathcal{R}$ on a donc $f'(a) =$ .... La fonction $f : x \longmapsto 2x - 3$ a donc pour dérivée la fonction $f' : x \longmapsto$ .... sur $\mathcal{R}$

$f(x)$	$f'(x)$	$\mathcal{D}_{f'}$
k	...	$\mathbb{R}$
x	...	$\mathbb{R}$
$mx+p$	...	$\mathbb{R}$
x^2	...	$\mathbb{R}$
x^n	...	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	....	$\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	....	$]0;+\infty[$

Exemple :
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5 - 3x$ pour tout x réel f est une fonction affine, elle est dérivable sur $\mathbb{R}$ et pour tout réel x on a
$f'(x) =$ ....

Plan

1. Nombre dérivé et tangente
2. Fonction dérivée
3. Opérations sur les fonctions dérivables
   - Somme
   - Multiplication par un nombre réel k
   - Produit
   - Quotient
   - Puissances

Propriété :

Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I, alors $u + v$ est définie et dérivable sur I et :

$$\ldots$$

Exemple :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^+$ par $f(x) = x + \sqrt{x}$. Alors on peut poser $u(x) = x$ et $v(x) = \sqrt{x}$. u et v sont deux fonctions de référence. On a pour tout x strictement positif :

$u'(x) =$ .... et $v'(x) =$ ....

donc $f'(x) =$ ....

Plan

1. Nombre dérivé et tangente
2. Fonction dérivée
3. Opérations sur les fonctions dérivables
   - Somme
   - Multiplication par un nombre réel k
   - Produit
   - Quotient
   - Puissances

Propriété :

Soient u une fonction définie et dérivable sur un intervalle I et k un nombre réel, alors ku est définie et dérivable sur I et :

...

Exemple :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 5x^3$. Alors on peut poser $u(x) = x^3$, la fonction u est une fonction de référence et on a pour tout x réel $u'(x) =$ .... donc $f'(x) =$ ....

Plan

1 Nombre dérivé et tangente

2 Fonction dérivée

3 Opérations sur les fonctions dérivables
- Somme
- Multiplication par un nombre réel k
- Produit
- Quotient
- Puissances

Propriété :

Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I, alors uv est dérivable sur I et

....

Exemple :
Soit f la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = (6-7x)(3+4x)$. On peut poser $u(x) = 6-7x$ et $v(x) = 3+4x$ qui sont des fonctions affines.
Donc pour tout réel x, $u'(x) =$ .... et $v'(x) =$ ....
$f'(x) = u'(x)v(x) + u(x)v'(x) = \ldots$
c'est à dire $f'(x) = \ldots.$

Plan

1. Nombre dérivé et tangente
2. Fonction dérivée
3. Opérations sur les fonctions dérivables
    - Somme
    - Multiplication par un nombre réel k
    - Produit
    - Quotient
    - Puissances

Propriété :

Soient u et v deux fonctions définies et dérivables sur un intervalle I, avec pour tout x de I, $v(x) \neq 0$, alors $\frac{u}{v}$ est définie et dérivable sur I et

$$\ldots$$

Exemple :

Soit f la fonction définie pour tout x réel différent de $\frac{3}{5}$ par $f(x) = \frac{x^2}{5x-3}$. On peut poser $u(x) = x^2$ et $v(x) = 5x - 3$.
On a alors $u'(x) =$ .... et $v'(x) =$ .... d'où
$f'(x) = \frac{u'(x)v(x)-u(x)v'(x)}{v(x)^2}$
donc ...
Remarque : on ne développe pas le dénominateur car le carré qui apparaît sera pratique dans l'étude du signe de la dérivée.

Plan

1. Nombre dérivé et tangente
2. Fonction dérivée
3. Opérations sur les fonctions dérivables
   - Somme
   - Multiplication par un nombre réel k
   - Produit
   - Quotient
   - Puissances

Propriété :

Si u est une fonction définie sur un intervalle I et dérivable en $x \in I$ et si n est un entier naturel, alors la fonction définie par $f(x) = u(x)^n$ est dérivable en x et :

....

Exemple :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (2 - 5x)^2$.

On a $u(x) =$ .... donc $u'(x) =$ .... et $f'(x) =$ ....