Introduction aux suites numériques, cours, classe de première, spécialité Mathématique

1 Notion de suite

1.1 Définitions

Définition :
On appelle *suite* ....

Exemple :

$$\begin{aligned} u : \mathbb{N} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ n &\longmapsto 3n^2 + 4 \end{aligned}$$

On a :

$u_0 =$ .....

$u_1 =$ .....

$u_5 =$ ....

Définition :

- L'image de n par la suite u est notée .... ou ....
- u_n est appelé .... de la suite
- La suite u est notée .... ou ....

Remarque :

- Si u_0 est le premier terme de la suite, u_n est le .... terme.
- Si u_1 est le premier terme de la suite, u_n est le .... terme.

2 Méthodes de construction des suites

2.1 Définition explicite ou fonctionnelle

Définition :
Soit f une fonction de $\mathbb{R}^+$ dans $\mathbb{R}$, on définit une suite $(u_n)_n$ en posant pour tout $n \in \mathbb{N}$,
....

Exemple :

$$\begin{aligned} u : \mathbb{N} &\longrightarrow \mathbb{R} \\ n &\longmapsto u_n = 3n - 2 \end{aligned}$$

On a :

$u_0 = ...$

$u_1 = ...$

$u_6 = ...$

Algorithme de calcul de terme :
Algorithme d'obtention du terme de rang n d'une suite (u_n) définie à partir d'un rang p et définie par $u_n = f(n)$ pour tout $n \geq p$.

Données : n, f, p
Début traitement
| Si $n \geq p$ alors $u \leftarrow$ ....
Fin

Exemple de programmation en langage python :
Soit (u_n) définie par $u_n = 3n + 2$ pour tout entier naturel n. p désigne le premier rang de la suite,0 ici. n désigne le rang dont on cherche à calculer le terme et u désigne le terme de la suite.

```
def calculTerme(p,n):
        if n>=p:
                u=.......
                return ......
```

Algorithme de calcul d'une liste de termes :
Algorithme d'obtention de la liste des termes jusqu'à un rang n donné pour une suite (u_n) définie explicitement par $u_n = f(n)$ et son premier terme u_p.

```
Données : p, n, f
Début traitement
    L est une liste vide ;
    pour k allant de p à ...... faire
        u ← ........ ;
        Ajouter ...... à la liste L ;
    fin
Fin
```

Exemple de programmation en python :
Soit (u_n) définie par $u_{n+1} = 3n + 2$ pour tout entier naturel n. p désigne le premier rang de la suite, 0 ici. n désigne le dernier rang dont on cherche à obtenir le terme et u désigne les différents termes de la suite.

- Construction en extension, avec une boucle bornée :

```python
def obtientionListe(p,n):
        L=[]
        for k in range(p,......):
                .........
                L.append(.....)
        return L
```

- Construction en extension, avec une boucle non bornée :

```python
def obtentionListe(p,n):
        L=[]
        k=p
        while k<......  :
                u=......
                L.append(.......)
                k=......
        return L
```

- Construction en compréhension :

```python
def obtentionListe(p,n):
        L=[.............. for k in range(p,n+1)]
        return L
```

2.2 Définition par récurrence

Définition :
Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Une suite définie par *récurrence* est une suite définie par la donnée de son premier terme u_p où p est un entier naturel et par la relation pour tout n entier naturel et $n \geq p$, ...

Exemple :

$$u_n = \begin{cases} u_0 = 4 \\ u_{n+1} = 3u_n - 2 \end{cases}$$

On a :

$u_1 = ...$

$u_2 = ...$

$u_3 = ...$

Algorithme de calcul d'un terme de rang donné :
Algorithme d'obtention du terme de rang n d'une suite (u_n) définie à partir d'un rang p et définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout $n \geq p$.

Données : p, n, u_p, f
Début traitement
 $u \leftarrow u_p$;
 pour k ***allant de*** $p+1$ ***à*** ..... **faire**
  $u \leftarrow$ .... ;
 fin
Fin

Exemple de programmation en langage python :
Soit (u_n) définie par $u_{n+1} = 3u_n + 2$ pour tout entier naturel n non nul et par $u_1 = 2$ n. p désigne le premier rang de la suite (1 ici), n désigne le rang dont on cherche à calculer le terme et u désigne les différents termes de la suite.

- Avec une boucle bornée :

```
def calculTerme(u,p,n):
        for k in range(p,.....):
                u=..........
        return .....
```

- Avec une boucle non bornée :

```
def calculTerme(u,p,n):
        k=p
        while k<n:
                u=.......
                k=.......
        return .....
```

Algorithme d'obtention de la liste des premiers termes :
Algorithme d'obtention de la liste des termes jusqu'à un rang n donné pour une suite (u_n) définie par récurrence par $u_{n+1} = f(u_n)$ et son premier terme u_p.

```
Données : p, n, u_p, f
Début traitement
    u ← u_p ;
    L est une liste réduite à u ;
    pour k allant de p+1 à ..... faire
        u ← ..... Ajouter ...... à la liste L;
        ;
    fin
Fin
```

Exemple de programmation en python :
Soit (u_n) définie par $u_{n+1} = 3u_n + 2$ pour tout entier naturel n non nul et par $u_1 = 2$ n. p désigne le premier rang de la suite (1 ici), n désigne le dernier rang dont on cherche à obtenir le terme et u désigne les différents termes de la suite. On ne peut utiliser que des constructions en extension ici.

- Avec une boucle bornée :

```
def obtentionListe(u,p,n):
        L=[u]
        for k in range(p,.....):
                u=.....
                L.append(...)
        return ....
```

- Avec une boucle non bornée :

```
def obtentionListe(u,p,n):
        L=[u]
        k=....
        while k<....:
                u=......
                k=.....
                L.append(....)
        return ....
```

3 Représentation graphique

Définition :

Représentation graphique La représentation graphique d'une suite (u_n) dans un repère est l'ensemble des points de coordonnées ....

Exemple :

La figure ci-dessous montre la représentation graphique de la suite définie par $u_n = -4 \times \frac{1}{2^n}$ pour tout entier naturel n.