Tableaux croisés et probabilités conditionnelles, cours, 1 STMG

1 Croisement de deux variables

Définition :
Soient A et B deux variables étudiées sur une même population. On peut croiser ces deux variables à l'aide d'un *tableau croisé*. La *ligne* et la *colonne* intitulées « Total » sont appelées ....

Visualisation des effectifs :

	B	$\bar{B}$	Total
A	....	....	....
$\bar{A}$	....	....	....
Total	....	....	....

Définition :
On appelle *fréquences marginales* les effectifs des marges divisés par ....

Visualisation des fréquences marginales :

	B	$\bar{B}$	Total
A	....	$\frac{\text{card}(A\cap\bar{B})}{\text{card}(E)}$	$\frac{\text{card}(A)}{\text{card}(E)}$
$\bar{A}$	$\frac{\text{card}(\bar{A}\cap B)}{\text{card}(E)}$	$\frac{\text{card}(\bar{A}\cap\bar{B})}{\text{card}(E)}$	$\frac{\text{card}(\bar{A})}{\text{card}(E)}$
Total	....	$\frac{\text{card}(\bar{B})}{\text{card}(E)}$	....

Exemple [Calculer des fréquences marginales] :
On considère le tableau d'effectif suivant donnant la répartition des élèves d'une classe :

	F	$\bar{F}$	Total
E	12	10	22
$\bar{E}$	6	6	12
Total	18	16	34

Le tableau donnant les fréquences marginales arrondies à 0,001 près est donc :

	F	$\bar{F}$	Total
E	....	....	....
$\bar{E}$	....	....	....
Total	....	....	....

Définition :

On appelle *fréquence conditionnelle de de B dans A* le nombre noté $f_A(B)$ défini par :

$$f_A(B) = ...$$

Exemple [Calculer une fréquence conditionnelle] :

D'après le tableau ci-dessus la fréquence des externes parmi les filles est :
$f_F(E) = ...$

2 Probabilités conditionnelles

Définition :

Pour tout événement A non impossible et tout événement B, on appelle *probabilité conditionnelle de B sachant A* et on note $P_A(B)$ le nombre

$$P_A(B) = ...$$

Exemple :

Lors d'un sondage, 50% personnes des interrogées déclarent pratiquer un sport régulièrement et 75% des personnes interrogées déclarent aller au cinéma régulièrement. De plus, 40% des personnes déclarent faire du sport et aller au cinéma régulièrement. On interroge à nouveau une de ces personnes au hasard et on considère les événements « la personne interrogée pratique un sport régulièrement » et « la personne interrogée va au cinéma régulièrement » que l'on notent S et C respectivement. On cherche à calculer la probabilité que la personne pratique un sport régulièrement sachant qu'elle va régulièrement au cinéma.

On a $P(C) =$ .... et $P(S \cap C) =$ .... Donc $P_C(S) =$ ....

Exemple :

Le tableau suivant montre la répartition du personnel dans une usine :

	Cadres	Ouvriers	Total
Hommes	100	200	300
Femmes	50	150	200
Total	150	350	500

On rencontre un employé au hasard. On note H l'événement « l'employé rencontré est un homme » et C l'événement « l'employé rencontré est un cadre ».

On a $P(H) = ...$,
$P_H(C) = ...$
et $P_H(\bar{C}) = ...$
On a bien $P_H(C) + P_H(\bar{C}) = ...$
En outre, $P(H \cap C) = ...$
et $P(C) = P(C \cap H) + P(C \cap \bar{H})$.

Remarque :
Soient A et B deux événements non impossibles d'un univers donné. La connaissance de la probabilité d'un événement B et de la probabilité conditionnelle d'un événements A sachant B permet de retrouver la probabilité $P(A \cap B)$ de l'intersection de A et B avec la formule $P(A \cap B) = ...$