

Proportions (rappels), cours, 1 STMG

1 Notion de proportion

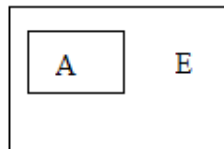
Définition [automatismes] :

- Un ensemble fini E est appelé une *population*.
- Le nombre d'éléments n_E d'une population E est appelé son *cardinal* ou *effectif*. Il est aussi noté $\text{card}(E)$.
- Une *sous population* A est une partie de la population E .
- La *proportion* p_A ou *fréquence* d'une sous population A de $n_A = \text{card}(A)$ éléments dans une population E de $n_E = \text{card}(E)$ éléments est le nombre

$$p_A = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(E)} = \frac{n_A}{n_E}$$

Exemple :

La population constituée par l'ensemble des élèves d'une classe contient des sous populations : l'ensemble des élèves ayant choisi LV1 anglais, l'ensemble des élèves ayant choisi LV2 anglais, LV1 Allemand, etc.



Exemple [Savoir calculer une fréquence d'une sous population] :

On considère la population E des 3250 montres fabriquées en une journée par une entreprise. On a $\text{card}(E)=3250$. La sous population A des 625 montres pour enfants a $\text{card}(A)=625$ éléments. La proportion de montres pour enfants par rapport à l'ensemble des montres fabriquées est $p_A = \frac{\text{card}(A)}{\text{card}(E)} = \frac{625}{3250} \approx 0,19$ soit 19 % environ.

Remarques :

- Une proportion est un nombre toujours compris entre 0 et 1.
- Les proportions s'expriment sous la forme d'une fraction ou d'un nombre décimal ou bien encore d'un pourcentage.
- Avec la formule $p_A = \frac{A}{E}$ on obtient

$$\text{card}(A) = p_A \times \text{card}(E)$$

et

$$\text{card}(E) = \frac{\text{card}(A)}{p_A}$$

Exemple [Savoir calculer un effectif à partir d'une fréquence] :

On considère la population des objets produits en une journée par une entreprise. 20 objets étaient défectueux et ils constituaient 2,5 % de l'ensemble des objets produits dans la journée.

On a donc $p_A = 0,025$, $\text{card}(A)=20$ et on cherche $\text{card}(E)$. D'où $\text{card}(E) = \frac{20}{0,025} \approx 800$.

2 Addition de proportions

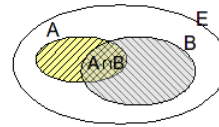
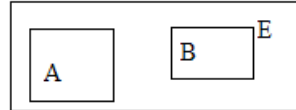
Définition :

Soient A et B deux sous populations d'une population E .

- *L'intersection* de A et B notée $A \cap B$ est l'ensemble des éléments de E à la fois dans A et dans B .
- *La réunion* de A et B notée $A \cup B$ est l'ensemble des éléments de E qui se trouvent dans A ou dans B (ou dans les deux).
- A et B sont dites *disjointes* si leur intersection est vide c'est à dire qu'aucun individu n'est à la fois dans A et dans B .

Exemple :

Soit A la population des élèves de 2nde et B la population des élèves de première. Alors les deux populations sont disjointes, il n'y a aucun élèves à la fois en 2nde et en première. L'intersection est vide.

**Propriété [automatisme] :**

Si A et B sont deux parties *disjointes* (c'est à dire n'ayant aucun élément commun) d'une même population E et contenant des proportions p_A et p_B éléments respectivement, alors la proportion d'éléments dans A ou B par rapport à E est $p_A + p_B$.

Propriété [automatisme] :

Si A et B sont deux parties *non disjointes* d'une même population E de proportions p_A et p_B respectivement et si on note $p_{A \cap B}$ la proportion de $A \cap B$ et $p_{A \cup B}$ celle de $A \cup B$, alors

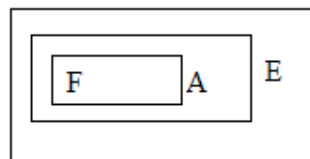
$$p_{A \cup B} = p_A + p_B - p_{A \cap B}$$

Exemple [Savoir calculer une somme de fréquences] :

61,3 % des élèves d'une classe font en première langue anglais et 15,2 % font Allemand en première langue. Alors $\frac{61,3+15,2}{100}$ soit 76,5 % des élèves font anglais ou allemand en première langue, les LV1 Allemands et LV1 anglais forment ici des populations disjointes.

Par contre, il n'y a pas de sens à additionner les 53,6 % qui font LV2 Italien et les 12 % qui font LV3 Allemand car certains élèves seraient compté deux fois.

Cependant, si l'on sait que la proportion d'élèves à la fois LV2 italien et LV3 Allemand vaut 5 %, alors on peut utiliser la deuxième formule et la proportion d'élèves faisant LV2 italien ou LV3 Allemand est donc $0,536 + 0,12 - 0,05 = 0,606$ soit 60,6 %.



3 Proportions de proportions

Propriété [automatisme] :

Soit A une partie d'une population E et F une partie de A . Alors la proportion p_F d'éléments de F qui sont dans E est le produit de la proportion p'_F d'éléments de A qui sont dans F et de la proportion p_A d'éléments de E qui sont dans A c'est à dire

$$p_F = p'_F \times p_A$$

Exemple [Savoir calculer une proportion d'une proportion] :

Dans un lycée, 20% des élèves sont en 1^{er}L et 40% des 1^{er}L sont demi-pensionnaires. $\frac{20}{100} \frac{40}{100} = 0,08$ donc 8% des élèves sont en 1^{er}L et demi-pensionnaires dans ce lycée.