Suites de nombres, cours, première STMG

1 Notion de suite

1.1 Définitions

Définition :
On appelle *suite* toute fonction u qui à tout .... associe un nombre réel ..... .
On obtient ainsi une « liste numérotée » de réels.

Exemple :
$u : n \longmapsto 3^n$
On a $u(4) =$ ....

Définition :
- L'image du nombre n par la suite u est notée .... au lieu de $u(n)$.
- u_n est appelé .... de rang n de la suite
- La suite u est notée (u_n).

Remarque :
- Si u_0 est le premier *terme* de la suite, u_n est le terme de rang ..... .
- Si u_1 est le premier *terme* de la suite, u_n est le terme de rang ..... .

2 Méthodes de construction des suites

2.1 Définition explicite

Définition :
Soit f une fonction de $[0;+\infty[$ dans $\mathbb{R}$, on définit une suite (u_n) en posant pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_n = f(n)$ c'est à dire un procédé qui à tout rang n associe le terme u_n.

Exemple :
Soit (u_n) la suite définie par $u_n = 3n^2 + 2$
On a $u_1 =$....., $u_2 =$......., $u_{10} =$....... .

2.2 Définition par récurrence

Définition :
Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Une suite définie par *récurrence* est une suite définie par son premier terme u_0 et pour tout $n \in \mathbb{N}$,

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

Exemple :

$$u_n = \begin{cases} u_0 = 10 \\ u_{n+1} = 2u_n + 3 \end{cases}$$

On a $u_1 =$....... puis $u_2 =$......., $u_3 =$...........

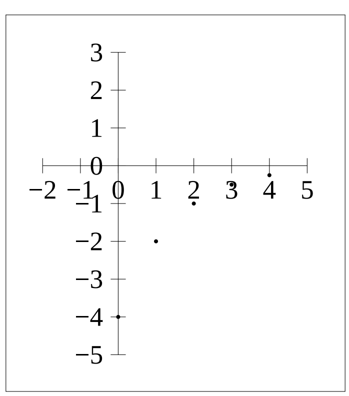
3 Sens de variation et représentation graphique

Définition : sens de variation :

- Une suite $(u_n)_n$ est croissante si pour tout entier naturel n, u_{n+1}......u_n.
- Une suite $(u_n)_n$ est décroissante si pour tout entier naturel n, u_{n+1}.....u_n.

Définition :
Représentation graphique La représentation graphique d'une suite (u_n) dans un repère est l'ensemble des points de coordonnées ....

Exemple :
La figure ci-dessous montre la représentation graphique de la suite définie par $u_n = -4 \times \frac{1}{2^n}$ pour tout entier naturel n.



4 Suites arithmétiques

Définition :
Soit r un nombre réel. On appelle *suite arithmétique* de *raison* r toute suite définie par son premier terme et pour tout entier naturel n par la relation :

....

D'où le schéma :

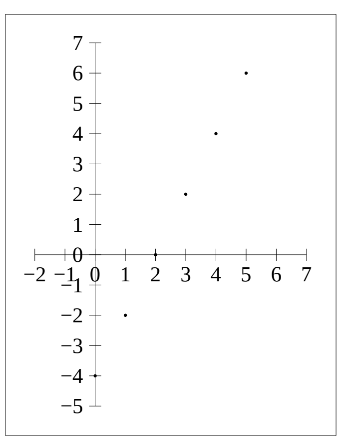
$$u_0 \xmapsto{....} u_1 \xmapsto{....} u_2 \xmapsto{....} \ldots \xmapsto{....} u_n$$

Exemple :
La suite définie par $u_0 = 7$ et $u_{n+1} = u_n - 2$ pour tout entier naturel n est arithmétique.
On a $u_1 =$........., $u_2 =$..........

Propriété :
Une suite $(u_n)_n$ est arithmétique si et seulement si pour tout entier naturel n, la différence $u_{n+1} - u_n$ est .... Cette .... est alors la raison de la suite.

Propriété :
Une suite (u_n) est arithmétique si et seulement si sa représentation graphique dans un repère du plan est constituée de points ....

Exemple :
La figure ci-dessous montre la représentation graphique de la suite définie par $u_n = -4 + 2n$ pour tout entier naturel n.



Variations :

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r.

- Si .... alors (u_n) est strictement croissante ;
- si ...., alors (u_n) est strictement décroissante.

5 Suites géométriques

Définition :

Soit q un réel. On appelle suite *géométrique* de *raison* q toute suite définie par son premier terme u_0 (ou u_1) et telle que pour tout entier naturel $n \geq 0$ (ou $n \geq 1$) :

....

D'où le schéma :

$$u_0 \overset{....}{\longmapsto} u_1 \overset{....}{\longmapsto} u_2 \overset{....}{\longmapsto} \ldots \overset{....}{\longmapsto} u_n$$

Exemple :

La suite (v_n) définie par $v_0 = 9$ et $v_n = v_{n-1} \times \frac{1}{3}$ pour tout entier naturel n non nul, est géométrique de raison ....

Propriété :

Une suite $(u_n)_n$ est géométrique si pour tout entier n, le quotient $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ est ....
Sa valeur est alors la raison q de la suite.

Exemple :

On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{1}{2} \times 3^n$.
On a $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ =............
donc la suite est géométrique de raison ....

Propriété :

Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q > 0$. (u_n) est :

- .... si $q > 1$;
- .... si $0 < q < 1$.