Second degré, cours, première STMG

F.Gaudon

8 juin 2014

Table des matières

1 Fonction polynôme du second degré

Définition :

On appelle *fonction polynôme du second degré* toute fonction f définie sur $\mathbb{R}$ et qui s'écrit $f(x)=$.......................... où a, b et c sont des réels fixés et $a \neq 0$.

Propriété et définition :

Toute fonction polynôme du second degré f définie par $f(x)=ax^2+bx+c$ avec $a,b,c \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$ s'écrit aussi :

....

où

....

(prononcer « alpha »)

....

(prononcer « beta »)

Cette écriture est appelée *forme* .... de la fonction f.

Exemple :

Soit f la fonction définie par $f(x)=3x^2-6x+1$.

On a $\alpha=$ .....

et $f(\alpha)=$ ......

On vérifie que $3(x-1)^2-2=$............

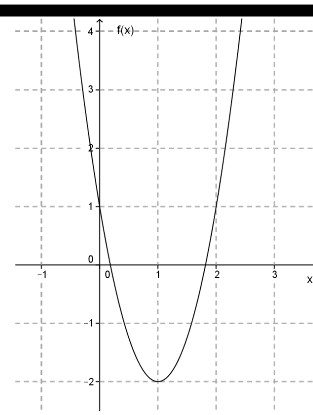
Donc $3(x-1)^2-2$ est bien la .... associée à $f(x)=3x^2-6x+1$.

Propriété :

Dans un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$ du plan, la représentation graphique de la fonction trinôme du second degré f est une .... dont le point S de coordonnées .... est le sommet.

Exemple :

On a vu que pour $f(x)=3x^2-6x+1$, on a $\alpha=$.................. et $f(1)=$....... donc le point S de coordonnées .... est le sommet de la parabole représentant la fonction f.



Propriété :
Pour toute fonction polynôme du second degré $f \mapsto ax^2 + bx + c$,
- si $a > 0$ la fonction f est strictement .... puis strictement .... et admet un .... en $x =$...............
- si $a < 0$ la fonction f est strictement .... puis strictement .... et admet un maximum en $x =$..............

Synthèse :
Si $a > 0$,

x	$-\infty$ .... $+\infty$
$f(x)$	....

et si $a < 0$,

x	$-\infty$ .... $+\infty$
$f(x)$	....

Exemple :
Dans l'exemple précédent $f(x) = 3x^2 - 6x + 1$. On a vu que $\alpha =$................ et $f(1) =$.......... . Par ailleurs, $a =$...... . a est .... donc on a le tableau de variations suivants :

x	$-\infty$ .... $+\infty$
$f(x)$	....

2 Équations du second degré

Définition :

- Toute solution de l'équation $ax^2+bx+c=0$ est appelée .... du trinôme f défini par $f(x)=ax^2+bx+c$.
- On appelle .... du trinôme le réel Δ (prononcer « delta ») défini par $\Delta =$.......... .

Exemple :

- 2 est une racine de $2x^2-5x+2$
  car ....
- Le .... du trinôme $2x^2-5x+2$ est
  $\Delta =$.............

Remarque :

Il faut ordonner les termes du trinôme avant de calculer le discriminant.

Propriété :

Soit $\Delta =$.......... le .... du trinôme du second degré ax^2+bx+c.

- Si $\Delta < 0$, alors ....
- Si $\Delta = 0$, alors l'équation $ax^2+bx+c=0$ ....
- Si $\Delta > 0$, alors l'équation $ax^2+bx+c=0$ a deux solutions distinctes $x_1 =$........... et $x_2 =$............. .

Exemple :

On considère l'équation $2x^2-5x+2=0$.

On a vu que $\Delta =$............. est .... Il y a donc deux solutions à cette équation :

$x_1 =$...........

et $x_2 =$..........

3 Signe de $ax^2 + bx + c$

Propriété :

Avec les mêmes notations que précédemment,

- si $\Delta < 0$, $f(x)$ est du signe de a .... ;
- si $\Delta = 0$, $f(x)$ est du signe de a .... ;
- si $\Delta > 0$, $f(x)$ est du signe de a ....

Exemple :

Résolution de $-x^2 + 6 + 7 \geq 0$.

- Résolution de $-x^2 + 6x + 7 = 0$:

  On a $\Delta =$......

  $\Delta > 0$ donc l'équation admet deux solutions distinctes :

  $x_1 =$ .....

  et $x_2 =$ ....

- Étude de signe :

x	$-\infty$ .... $+\infty$
$-x^2 + 6x + 7$	....

  Donc $S =$........

4 Interprétation graphique

Propriété :
Les solutions de l'équation $ax^2+bx+c=0$ sont les .... des points d'intersection s'ils existent de la parabole représentant la fonction f et de l'axe des ....

Interprétation :

- Si $\Delta > 0$, la courbe coupe l'axe des abscisses en .... ;
- si $\Delta = 0$, la courbe a .... ;
- si $\Delta < 0$, la courbe ....

En outre, si a....., la parabole a ses branches tournées vers le haut et tournées vers le bas si a..... .