Études de fonctions, cours, première STMG

1 Fonctions polynômes du second degré

Définition :
Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax^2 + bx + c$ avec a, b et c réels et a non nul. On appelle *fonction dérivée de f* la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x) =$.................. . Pour tout x_0 réel, $f'(x_0)$ est appelé .... de f en x_0.

Exemple :
Soit f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 3x^2 - 5x + 9$.
Alors $f'(x) =$............ .

Propriété, variations :
Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$ et I un intervalle.

- Si pour tout réel $x \in I$, $f'(x) > 0$, alors la fonction f est strictement .... sur I ;
- si pour tout réel $x \in I$, $f'(x) < 0$, alors la fonction f est strictement .... sur I.

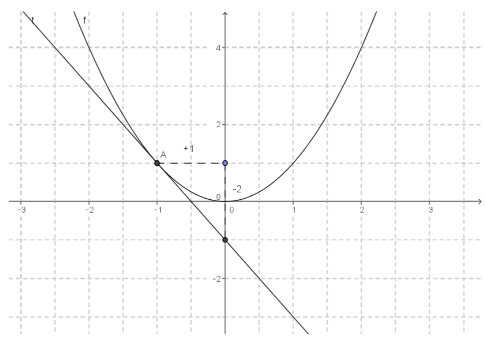
Exemple :
Soit f définie pour tout réel x par $f(x) = 3x^2 - x + 2$.
On a $f'(x) =$........... .
Or $f'(x) = 0$ pour .... soit $x =$.......... .

On a donc le tableau de variations suivant dans lequel on fait apparaître le signe de $f'(x)$ qui est une fonction affine :

x	$-\infty$ .... $+\infty$
signe de $f'(x)$	....
variations de $f(x)$	....

Définition :
Soit f une fonction polynôme du second degré définie sur $\mathbb{R}$, $\mathcal{C}_{\{}$ sa courbe représentative dans un repère et A un point d'abscisse x_A. On appelle *tangente au point A à la courbe $\mathcal{C}_f$* ....
....
....

Exemple :
Soit f la fonction définie par $f(x) = x^2$ et A le point de coordonnées $(-1;1)$.$A \in \mathbb{C}_f$ car ....
Par ailleurs $f'(x) =$.......... et $f'(-1) =$................. .
Donc la tangente à la courbe au point A est la droite passant par A et de coefficient directeur ....



Remarque :
La *tangente* à une courbe en un point A de cette courbe est ....
.... qui "approche le mieux" la courbe en ce point.

Propriété :
La tangente à une courbe en un point $A(x_A; y_A)$ de cette courbe a pour équation réduite $y = mx + p$ avec :

$$m = ...$$

et

$$p = ...$$

2 Fonctions polynômes du troisième degré

Définition :
Une fonction polynôme du troisième degré est une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=$.................................. où a, b, c, d sont des réels avec a non nul.

Propriété :
Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ où a, b, c et d sont des réels avec a non nuls. La fonction dérivée de f, notée f', est la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f'(x)=$...................... .

Exemple :
Soit f définie pour tout réel x par $f(x)=5x^3+2x^2-4x+8$.
Alors $f'(x)=$..................... .

Propriété, variations :
Soit f une fonction polynôme du troisième degré définie sur $\mathbb{R}$ et I un intervalle.

- Si pour tout réel $x\in I$, $f'(x)>0$, alors la fonction f est strictement .... sur I ;
- si pour tout réel $x\in I$, $f'(x)<0$, alors la fonction f est strictement .... sur I.

Exemple :
Soit f définie pour tout réel x par $f(x)=x^3-x^2-x-1$.
Alors $f'(x)=$......................... .
f' est une fonction polynôme du second degré.
On résout l'équation $3x^2-2x+1=0$.
$\Delta=$..................... ....
Il y a deux solutions réelles :
$x_1=$...............................
$x_2=$.............................

On sait que le trinôme est du signe de a donc positif à l'extérieur des racines. D'où le tableau de variations :

x	$-\infty$		....		....		$+\infty$
signe de $f'(x)$		......	0	......	0	.....	
variations de $f(x)$			....				
		....		....		....	
					....		