Cosinus et sinus d'angles orientés, cours, première S

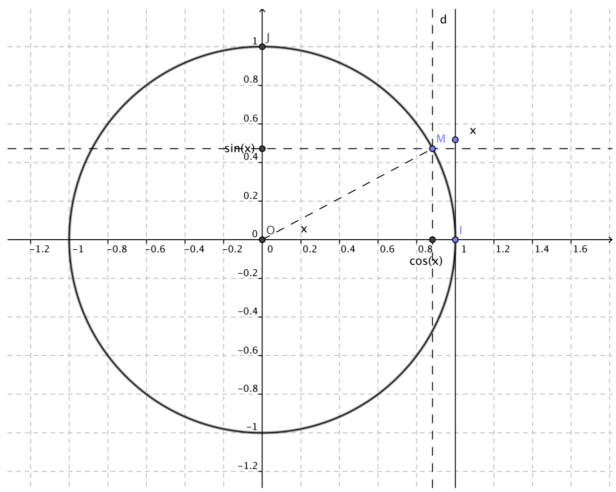
1 Cosinus et sinus d'un réel

Soit $(O : \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormal et $\mathcal{C}$ le cercle trigonométrique de centre O.

Définition :

Soit M le point de $\mathcal{C}$ image du réel x. On appelle :

- cosinus de x noté $\cos(x)$ .... ;
- sinus de x noté $\sin(x)$ ....



Propriétés :

Pour tout réel x et tout entier relatif k :

- .... $\leq \cos(x) \leq$ .... ;
- .... $\leq \sin(x) \leq$ ..... ;
- $\cos^2(x) + \sin^2(x) =$ .... ;
- $\cos(x + k2\pi) =$....... ;
- $\sin(x + k2\pi) =$....... .

Preuve :

Conséquences directes de la définition.

Valeurs remarquables :

Angle en radians	cosinus	sinus
0	....	....
$\frac{\pi}{6}$	....	......
$\frac{\pi}{4}$	....	......
$\frac{\pi}{3}$	....	....
$\frac{\pi}{2}$	....	....
π	....	......

2 Cosinus et sinus d'un angle orienté

Propriété et définition :
Le cosinus (respectivement le sinus) d'un angle orienté est .... d'une mesure en radians de cet angle orienté.

Preuve :
Si α et β sont deux mesures en radians de l'angle $(\vec{u}; \vec{v})$, alors .... On a donc $\cos(\alpha) = \cos(\beta)$.

Propriétés :
Pour tout réel x :

- $\cos(-x) =$............ ;
- $\sin(-x) =$............ ;
- $\cos(\pi - x) =$.......... ;
- $\sin(\pi - x) =$........... ;
- $\cos(\pi + x) =$........... ;
- $\sin(\pi + x) =$........... ;
- $\cos(\frac{\pi}{2} - x) =$........... ;
- $\sin(\frac{\pi}{2} - x) =$........... ;
- $\cos(\frac{\pi}{2} + x) =$....... ;
- $\sin(\frac{\pi}{2} + x) =$...... .

Exemple :

[Calculer le cosinus ou le sinus d'un angle associé]

$\cos(-\frac{7\pi}{6}) = \cos(\frac{7\pi}{6}) = \cos(\pi + \frac{\pi}{6}) = -\cos(\frac{\pi}{6}) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

3 Équations trigonométriques

Propriété :

Soit $a \in \mathbb{R}$.

- L'équation $\cos(x) = \cos(a)$ a pour solutions les nombres réels .... et .... tels que ....
- L'équation $\sin(x) = \sin(a)$ a pour solutions les nombres réels .... et .... tels que ....

Exemple :

Résolution de $\sin(x) = \frac{1}{2}$.

En s'aidant du cercle trigonométrique, l'équation a pour solutions dans $[0; 2\pi]$ les nombres .... et ....

Dans $\mathbb{R}$, les solutions sont donc .... et .... avec ....