Suites numériques, variations, cours, première S

1 Sens de variation

Définition :

- Une suite $(u_n)_n$ est *croissante* à partir d'un rang $p \in \mathbb{N}$ si ....
- Une suite $(u_n)_n$ est *décroissante* à partir d'un rang $p \in \mathbb{N}$ si ....

Propriété :

Soit (u_n) une suite définie à partir d'un rang $p \in \mathbb{N}$. Si f est une fonction définie sur $[p; +\infty[$ telle que pour tout entier naturel n, $u_n = f(n)$, alors

- si f est ...., alors la suite (u_n) est décroissante à partir du rang p ;
- si f est ...., alors la suite (u_n) est croissante à partir du rang p.

Preuve (cas où f est décroissante par exemple) :
Pour tout entier naturel $n \geq p$ $u_{n+1} - u_n = f(n+1) - f(n)$. Or $p \leq n < n+1$ et f est décroissante sur $[p; +\infty[$ donc .... c'est à dire ....

Exemple :
Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \frac{1}{n}$ pour tout entier naturel non nul n. Alors $u_n = f(n)$ avec $f(x) = \frac{1}{x}$. On sait que f est .... sur $]0; +\infty[$ donc (u_n) est ....

Propriété :

Soit (u_n) une suite définie à partir d'un certain rang $p \in \mathbb{N}$. On suppose que pour tout entier naturel $n \geq p$, u_n est strictement positif.

- Si pour tout entier naturel $n \geq p, \frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$, alors la suite (u_n) est .... à partir du rang p ;
- si pour tout entier naturel $n \geq p$, $\frac{u_{n+1}}{u_n} \leq 1$, alors la suite (u_n) est .... à partir du rang p.

Preuve :
Découle immédiatement de l'équivalence $\frac{u_{n+1}}{u_n} \geq 1$ si et seulement si u_{n+1}........u_n c'est à dire $u_{n+1} - u_n$.......0.

BY NC SA

2 Variations de suites particulières

2.1 Suites arithmétiques

Propriété (reconnaissance) :

Une suite $(u_n)_n$ est *arithmétique* si et seulement si pour tout entier n, la différence .... est constante. Cette constante est alors la raison de la suite.

Propriété (sens de variation) :

Soit (u_n) une suite arithmétique de raison r.
- Si pour tout entier n, ... c'est à dire .... alors $(u_n)_n$ est croissante ;
- si pour tout entier n, ... c'est à dire .... alors $(u_n)_n$ est décroissante ;
- si .... alors (u_n) est constante.

2.2 Suites géométriques

Propriété (reconnaissance) :

Une suite $(u_n)_n$ est *géométrique* si pour tout entier n, le quotient .... est constant. Sa valeur est alors la raison q de la suite.

Propriété (sens de variation) :

Soit (u_n) une suite géométrique de raison $q > 0$ et de premier terme $u_p > 0$ où p est un entier naturel.
- Si $q > 1$ alors la suite (u_n) est .... ;
- si $0 < q < 1$, alors la suite (u_n) est .... ;
- si $q = 1$, alors la suite (u_n) est ....

Preuve :

On a pour tout entier naturel n, $u_{n+1} - u_n =$..................... ....
u_0 et q étant positifs, $u_{n+1} - u_n$ est donc du signe de $q - 1$ d'où le résultat.