

Cosinus et sinus d'angles orientés et repérage polaire, cours, première S

1 Suites arithmétiques

Propriété :

Pour tout entier naturel n ,

$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \dots\dots\dots$$

Preuve :

On a :

$$\begin{aligned} (1 + 2 + 3 + \dots + n) + (1 + 2 + 3 + \dots + n) \\ = \dots\dots\dots \\ = \dots\dots\dots \\ = \dots\dots\dots \\ = \dots\dots\dots \end{aligned}$$

donc $2(1 + 2 + 3 + \dots + n) = \dots\dots\dots$ d'où le résultat.

Exemple :

$$1 + 2 + \dots + 100 = \dots\dots\dots$$

Application au calcul des premiers termes d'une suite arithmétique :

Soit (u_n) la suite arithmétique de raison 3 et de premier terme $u_0 = 10$.

Alors

$$\begin{aligned} u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n &= 10 + (10 + 3) + (10 + 3 \times 2) + \dots + (10 + 3 \times n) \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

D'où $u_{15} = \dots\dots\dots$

2 suites géométriques

Propriété :

Pour tout réel $q \neq 1$ on a :

$$1 + q + q^2 + \dots + q^n = \dots\dots\dots$$

Preuve :

$$(1 - q)(1 + q + q^2 + \dots + q^n) = \dots\dots\dots$$

Exemple :

$$1 + 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^8 = \dots\dots\dots$$

Application au calcul de termes de suites géométriques :Soit u_n la suite géométrique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 2.

$$\begin{aligned} u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \end{aligned}$$

D'où $u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = \dots\dots\dots$

3 Cas général

Algorithmique :

Algorithme de calcul de la somme des termes d'une suite jusqu'à un rang n donné, (u_n) étant définie par $u_{n+1} = f(u_n)$ pour tout n supérieur ou égal à un entier naturel p donné avec le premier terme u_p donné.

Données : p, n, u_p **Début traitement**| u prend la valeur de u_p ;| S prend la valeur de u ;| **pour** k allant de $p+1$ à n faire| | u prend la valeur de $f(u)$;| | S prend la valeur de $S + u$;| **fin**| **Sorties :** S **Fin****Exemple :**

Soit (u_n) définie par $u_{n+1} = 3u_n + 2$ pour tout entier naturel n non nul et par $u_1 = 2$. p désigne le premier rang de la suite (1 ici), n désigne le dernier rang.

XCas :

```
saisir("Premier rang p :",p);
saisir("Premier terme up :",u);
saisir("Rang du terme :",n);
S:=u;
pour k de p+1 jusque n faire
    u:=3*u+2;
    S:=S+u;
fpour;
afficher("Somme : "+S);
```

Python :

```
p=int(raw_input("Premier rang p : "))
u=float(raw_input("Premier terme up : "))
n=int(raw_input("Rang n du dernier terme : "))
s=u
for k in range(p+1,n+1):
    u=3*u+2
    s=s+u
print "Somme :",s
```