

# Variables aléatoires, cours, première ES

F.Gaudon

26 juin 2014

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Loi de probabilité de variables aléatoires</b>	<b>2</b>
<b>2</b>	<b>Espérance d'une variable aléatoire</b>	<b>2</b>

# 1 Loi de probabilité de variables aléatoires

## Définition :

Soit  $E$  l'univers associé à une expérience aléatoire, c'est à dire l'ensemble des issues possibles. Toute fonction définie sur  $E$  et à valeurs dans  $\mathbb{R}$  est appelée une *variable aléatoire*.

## Définition :

Soit  $X$  une variable aléatoire définie sur l'univers  $E$  d'une expérience aléatoire. Notons  $I$  l'ensemble des valeurs prises par  $X$ ,  $I = \{x_1; x_2; \dots; x_n\}$ , et  $p_i$  la probabilité de l'événement «  $X$  prend la valeur  $x_i$  », événement noté  $(X = x_i)$ . La loi de probabilité de la variable aléatoire  $X$  est la fonction définie sur  $I$  qui, à chaque valeur  $x_i$ , associe le nombre  $p(X = x_i)$ .

## Notation :

On présente souvent la loi de probabilité sous forme de tableau :

valeur de $X$	$x_1$	$x_2$	...	$x_n$
$P(X = x_i)$	$P(X = x_1)$	$P(X = x_2)$	...	$P(X = x_n)$

## Exemple :

On lance un dé. Si les faces 1 et 2 apparaissent on gagne 3 euros. Si les faces 3,4,5 ou 6 sortent, on perd 2 euros. On appelle  $X$  la variable aléatoire qui donne le gain algébrique de ce jeu.  $X$  prend les valeurs 3 et -2. On a  $P(X = 3) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$  et  $P(X = -2) = \frac{4}{6}$ . D'où la loi de probabilité de  $X$  :

Valeurs de $X$	-2	3
$P(X = x_i)$	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$

# 2 Espérance d'une variable aléatoire

## Définition :

On appelle *espérance mathématique* de  $X$  et on note  $E(X)$  le nombre  $E(x) = x_1p_1 + \dots + x_np_n$ . Il s'interprète comme la moyenne dans le cas d'un grand nombre de répétitions.

## Exemple :

L'espérance de la variable aléatoire de l'exemple précédent est :

$$E(X) = \frac{2}{3} \times (-2) + \frac{1}{3} \times 3 = \frac{-4}{3} + 1 = -\frac{1}{3}$$

L'espérance mathématique étant négative, on peut considérer le jeu comme en défaveur du joueur.