

Pourcentages d'évolution, cours, première ES

F.Gaudon

23 juin 2014

Table des matières

1	Taux d'évolution	2
2	Hausses et baisses successives	3
3	Taux d'évolution réciproque	4

1 Taux d'évolution

Définition :

Soient y_1 un nombre réel, valeur de départ d'une quantité et y_2 un autre nombre réel, valeur d'arrivée d'une quantité. On appelle :

- *variation absolue* de y_1 à y_2 le nombre $y_2 - y_1$;
- *variation relative* de y_1 à y_2 le nombre $\frac{y_2 - y_1}{y_1}$.

Exemple :

Le prix au litre de gasoil a augmenté de 0,9 euros à 1,04 euros. On a $\frac{1,04 - 0,9}{0,9} \times 100 \approx 15,5$ soit une hausse de 15,5% environ.

Propriété et définition :

On a

$$y_2 = (1 + t)y_1$$

$1 + t$ est appelé *coefficient multiplicateur*.

Augmenter ou diminuer un nombre d'un taux t revient donc à le multiplier par $1 + t$.

- Si $t > 0$, alors on a une hausse ;
- si $t < 0$, il s'agit d'une baisse.

Preuve :

$$t = \frac{y_2 - y_1}{y_1} \text{ donc } t = \frac{y_2}{y_1} - 1 \text{ d'où } 1 + t = \frac{y_2}{y_1} \text{ et } y_2 = (1 + t)y_1$$

Exemple :

- Si le prix d'un produit augmente de 2%, le prix est multiplié par $1 + \frac{2}{100}$ c'est à dire 1,02 ;
- Si un prix est multiplié par 0,97, on a $1 - 0,03 = 0,97$ et $0,03 \times 100 = 3$, il y a donc eu une baisse de 3%.

2 Hausses et baisses successives

Propriété :

Appliquer deux hausses ou baisses successives à un nombre revient à le multiplier par le produit des deux coefficients multiplicateurs.

Preuve (cas de deux évolutions de taux t_1 et t_2) :

Soit x le nombre départ. En appliquant la hausse de taux t_1 on obtient $x \times (1 + t_1)$ puis en appliquant la baisse de taux t_2 on obtient $x \times (1 + t_1)(1 + t_2)$.

Exemples :

- Un produit subit deux hausses successives, la première de 2% et la deuxième de 5%. Son prix est alors multiplié lors de la première hausse par $1 + \frac{2}{100}$ puis le nouveau prix est lui-même multiplié par $1 + \frac{5}{100}$. Le prix initial aura donc été multiplié par $1,02 \times 1,05$ soit 1,071. En outre, $1,071 - 1 = 0,071$ et $0,071 \times 100 = 7,1$ donc la hausse a finalement été de 7,1%.
- Un produit subit une hausse de 10% puis une baisse de 10%. Son prix est donc multiplié par $1 + \frac{10}{100} = 1,1$ puis le nouveau prix est multiplié par $1 - \frac{10}{100} = 0,9$. Le prix aura donc finalement été multiplié par $1,1 \times 0,9$ soit 0,99. En outre, on a $1 - 0,99 = 0,01$ et $0,01 \times 100 = 1$ donc le prix a en fait baissé de 1%.

Remarques :

- L'ordre dans lequel les hausses ou les baisses sont appliqués n'a aucune influence sur le résultat final puisque les coefficients multiplicateurs sont multipliés entre eux.
- Appliquer deux hausses ou deux baisses successives ne revient pas à additionner les deux pourcentages de hausses ou de baisses entre eux.

3 Taux d'évolution réciproque

Définition :

Le nombre $\frac{1}{1+t}$ est appelé *coefficient multiplicateur réciproque*. C'est l'inverse du coefficient multiplicateur. Le nombre $\frac{1}{1+t} - 1$ est le taux d'évolution réciproque.

Exemple :

L'indice CAC40 de la bourse de Paris est passé de 5327 points à 4784 points.

$$\frac{4784-5327}{5327} \times 100 \approx -10,2.$$

L'indice a donc baissé de 10,2%.

Le coefficient multiplicateur est $\frac{4784}{5327} \approx 0,898$. Le coefficient multiplicateur réciproque est $\frac{5327}{4784} \approx 1,114$ d'où un taux réciproque de 0,114 soit 11,4% ce qui signifie qu'une augmentation de 4784 points à 5327 points aurait été de 11,4%, pas de 10,2%.