Nombre dérivé et tangente, cours, première ES

F.Gaudon

23 juin 2014

Table des matières

1 Nombre dérivé

On considère une fonction f définie sur un intervalle I non vide ainsi que deux réels x_A et h avec $h \neq 0$ tels que $x_A \in I$ et $x_A + h \in I$.

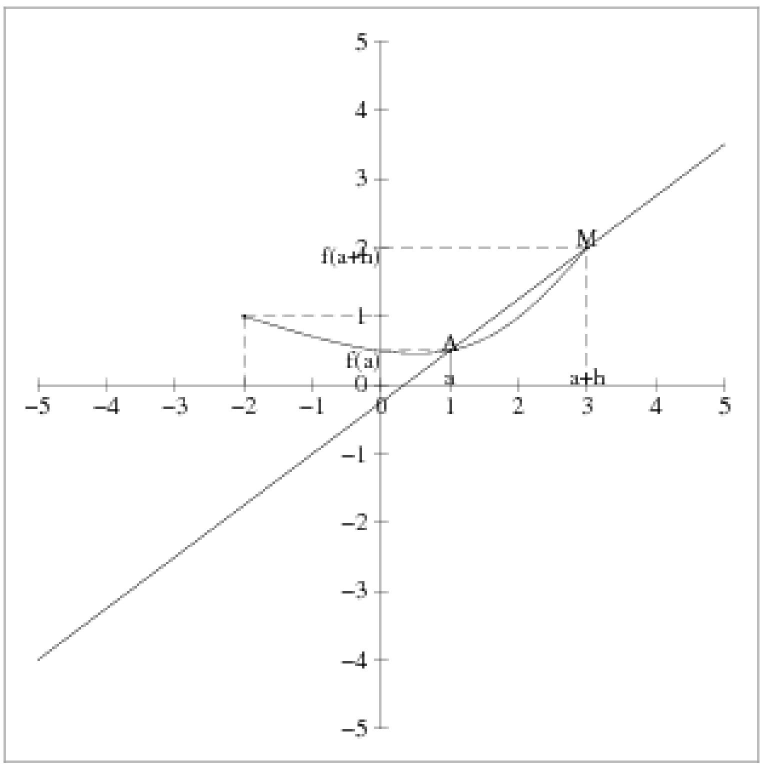
Définition :

Le *taux d'accroissement* de f entre x_A et $x_A + h$ est le nombre :

$$\frac{f(x_A + h) - f(x_A)}{h}$$

définition :

Lorsque le taux d'accroissement tend vers un réel quand h tend vers 0, on dit que f admet un *nombre dérivé en* x_A. Ce nombre dérivé est noté $f'(x_A)$. On dit aussi que f *est dérivable en* x_A.



Exemple :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. On a pour tout h réel non nul
$\frac{f(3+h)-f(3)}{h} = \frac{(3+h)^2-3^2}{h^2} = \frac{3^2+2\times3h+h^2-3^2}{h} = \frac{6h+h^2}{h} = 6 + h$
qui tend vers 6 quand h tend vers 0.
Donc 6 est appelé le nombre dérivé de $x \longmapsto x^2$ en 3 et on note $f'(3) = 6$.

2 Tangente à une courbe

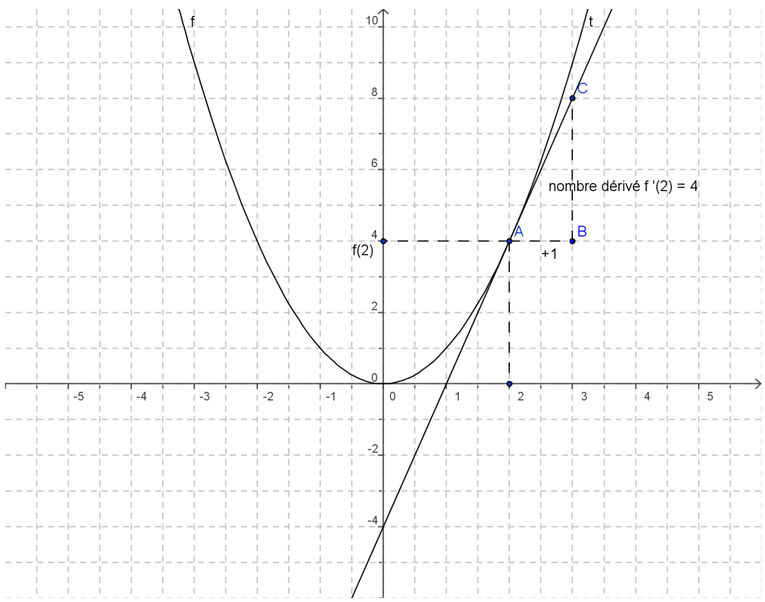
Définition :

Si f est dérivable en x_A dans un repère, *la tangente* $\mathcal{T}$ à la courbe représentative $\mathcal{C}$ de f en x_A est la droite qui a pour coefficient directeur $f'(x_A)$ et qui passe par le point A de coordonnées $(x_A; f(x_A))$.

Exemple :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^2$. On a pour tout h réel :
$\frac{f(2+h)-f(2)}{h} = \frac{(2+h)^2-2^2}{h} = \frac{2^2+2\times 2h+h^2-2^2}{h} = 4 + h$

Donc $f'(2) = 4$ et l'on obtient la tangente ci-dessous à la courbe représentative de f au point d'abscisse 2 :



Propriété :

La tangente en A d'abscisse x_A à $\mathcal{C}_f$ a pour équation

$$y = f(x_A) + f'(x_A)(x - x_A)$$

3 Calcul de nombres dérivés des fonctions de référence

$f(x)$	$f'(x)$	$\mathcal{D}_{f'}$
k	0	$\mathbb{R}$
x	1	$\mathbb{R}$
$mx+p$	m	$\mathbb{R}$
x^2	$2x$	$\mathbb{R}$
x^n	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\mathbb{R}^*$
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$]0;+\infty[$

Exemples :

- $3x-2$ a pour nombre dérivé 3 pour tout réel x.
- x^3 a pour nombre dérivé $3x^2$ pour tout réel x.