

# Puissances cours 4e

F.Gaudon

2 janvier 2005

## Table des matières

<b>1</b>	<b>Puissance d'un nombre <math>a</math></b>	<b>2</b>
1.1	Puissance d'exposant un entier positif . . . . .	2
1.2	Puissance d'exposant un entier négatif . . . . .	3
1.3	Opérations sur les puissances . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Cas particulier : les puissances de 10</b>	<b>6</b>
2.1	Calcul d'une puissance de 10 . . . . .	6
2.2	Formules . . . . .	6
2.3	Produit d'un nombre par une puissance de 10 . . . . .	6
2.4	Notation scientifique . . . . .	7

# 1 Puissance d'un nombre $a$

## 1.1 Puissance d'exposant un entier positif

Définition :

Si  $n$  est un entier supérieur ou égal à 2 alors :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$$

De plus  $a^1 = a$  et  $a^0 = 1$ .

Exemples :

$$\begin{aligned} 2^3 &= 2 \times 2 \times 2 \\ &= 8 \end{aligned}$$

mais

$$\begin{aligned} 3^2 &= 3 \times 3 \\ &= 9 \end{aligned}$$

$$3^1 = 3$$

et

$$3^0 = 1$$

$$(-2)^4 = 16$$

et

$$(-2)^3 = -8$$

## 1.2 Puissance d'exposant un entier négatif

Définition :

Si  $a$  est un nombre non nul alors on note  $a^{-n}$  l'inverse de  $a^n$ . Donc  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ .

En particulier,

$$\frac{1}{a} = a^{-1}$$

Exemples :

$$\begin{aligned}\frac{1}{8} &= \frac{1}{2^3} \\ &= 2^{-3} \\ &= 0,125\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{-8} &= \frac{1}{-2^3} \\ &= -2^{-3} \\ &= -0,125\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}10^{-4} &= \frac{1}{10^4} \\ &= 0,0001\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}-10^{-4} &= -\frac{1}{10^4} \\ &= -0,0001\end{aligned}$$

### 1.3 Opérations sur les puissances

Propriété :

Si  $a$  est un nombre non nul et  $m$  et  $n$  sont des entiers relatifs, alors :

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

En particulier,

$$a^n \times a^{-n} = a^0 = 1$$

Exemples :

$$2^3 \times 2^2 = 32$$

$$\frac{3^2}{3^3} = \frac{9}{27}$$

$$3^{-1} = \frac{1}{3}$$

Propriété :

Si  $a \neq 0$ ,  $b \neq 0$  et  $n$  est un entier relatif alors :

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n$$

Propriété :

En l'absence de parenthèses, les puissances sont effectuées en priorité sur les multiplications et les divisions.

**Exemple :**

$$A = -6 \times 10^2 + \frac{7}{5^3}$$

$$A = -6 \times 100 + \frac{7}{125}$$

$$A = -600 + \frac{7}{125}$$

$$A = -600 + 0,056$$

$$A = -599,944$$

## 2 Cas particulier : les puissances de 10

### 2.1 Calcul d'une puissance de 10

Propriété :

Quel que soit l'entier  $n$  positif :

$$10^n = \underbrace{100 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$$

$$10^{-n} = \underbrace{0,00 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$$

Exemples :

$$10^5 = 100000$$

$$10^{-5} = 0,00001$$

### 2.2 Formules

$$10^n \times 10^m = 10^{m+n}$$

$$(10^n)^m = 10^{mn}$$

$$\frac{10^m}{10^n} = 10^{m-n}$$

### 2.3 Produit d'un nombre par une puissance de 10

Propriété :

Pour multiplier un nombre par  $10^n$ , on décale la virgule de  $n$  rangs vers la droite en rajoutant des zéros si nécessaire.

Pour multiplier un nombre par  $10^{-n}$ , on décale la virgule de  $n$  rangs vers la gauche en rajoutant des zéros si nécessaire.

**Exemples :**

$$25,1 \times 10^5 = 2510000$$

$$25,1 \times 10^{-1} = 0,000251$$

## 2.4 Notation scientifique

**Définition :**

La notation scientifique d'un nombre décimal est de la forme :

$$a \times 10^n$$

avec :

- $a$  nombre décimal avec un seul chiffre non nul avant la virgule ;
- $n$  exposant entier relatif.

**Exemples :**

$$56000000 = 5,6 \times 10^7$$

$$-98700 = -9,8 \times 10^4$$

$$0,000078 = 7,8 \times 10^{-5}$$

$$-0,00304 = -3,04 \times 10^{-3}$$

**Exemple de calcul en notation scientifique :**

$$\frac{A}{B} = \frac{1,2 \times 10^4}{4 \times 10^3}$$

$$\frac{A}{B} = \frac{12 \times 10^{-1} \times 10^4}{4 \times 10^3}$$

$$\frac{A}{B} = 3 \times 10^{-1} \times 10^4 \times 10^{-3}$$

$$\frac{A}{B} = 3 \times 10^0$$

$$\frac{A}{B} = 3$$