

Opérations sur les nombres relatifs cours 4e

F.Gaudon

2 janvier 2005

Table des matières

1	Multiplication des nombres relatifs	2
1.1	Règle des signes	2
1.2	Produit de plusieurs nombres relatifs	4
2	Division de deux nombres relatifs	5
2.1	Définition d'un quotient	5
2.2	Règle des signes pour les quotients	5

1 Multiplication des nombres relatifs

1.1 Règle des signes

Propriété :

- Le produit de deux nombres relatifs de même signe est un nombre positif.
- Le produit de deux nombres relatifs de signes contraires est un nombre négatif.

c'est à dire de manière plus mnémotechnique :

$$(-) \times (-) = (+)$$

$$(+) \times (+) = (+)$$

$$(+) \times (-) = (-)$$

$$(-) \times (+) = (-)$$

Preuve :

Soient a et b deux nombres relatifs, on notera $opp(a)$ l'opposé du nombre a .

- Par définition, l'opposé d'un nombre a est le nombre noté $opp(a)$ qui vérifie $a + opp(a) = 0$.

$$\begin{aligned} \text{On a } (a + opp(a)) \times b &= a \times b + opp(a) \times b \\ &= 0 \times b \\ &= 0 \end{aligned}$$

donc $a \times b$ et $opp(a) \times b$ sont opposés c'est à dire $opp(a \times b) = opp(a) \times b$.

- D'après ce qui précède,

$$\begin{aligned} opp(a) \times opp(b) &= opp(a \times opp(b)) \\ &= opp(opp(b) \times a) \\ &= opp(opp(b \times a)) \\ &= a \times b \end{aligned}$$

Exemples :

$$\bullet (-2) \times (-2,5) = (+5) \\ = 5$$

$$\bullet 2 \times 2,5 = (+2) \times (+2,5) \\ = (+5) \\ = 5$$

$$\bullet (-2) \times 2,5 = -5$$

1.2 Produit de plusieurs nombres relatifs

Propriété :

- Un produit est positif lorsque le nombre de facteurs négatifs est pair.
- Un produit est négatif lorsque le nombre de facteurs négatifs est impair.

Preuve :

On utilise la règle des signes plusieurs fois.

Exemples :

- $(-4) \times (-7, 5) \times (-5) = -150$
- $(-4) \times (-7, 5) \times (-5) \times 4 = -600$
- $(-4) \times (-7, 5) \times (-5) \times 4 \times 2 = -1200$

2 Division de deux nombres relatifs

2.1 Définition d'un quotient

Définition :

Le quotient d'un nombre relatif a par un nombre relatif b ($b \neq 0$) est le nombre par lequel il faut multiplier b pour obtenir a .
C'est le résultat de la division de a par b . On le note $\frac{a}{b}$. On a donc $b \times \frac{a}{b} = a$.

Exemples :

- $4 \times (-2,5) = -10$ donc $\frac{-10}{4} = -2,5$
- $\frac{-35}{-7} = 5$

2.2 Règle des signes pour les quotients

Propriété :

- Le quotient de deux nombres de même signe est un nombre négatif.
- Le quotient de deux nombres de signes contraires est un nombre négatif.

Preuve :

Soient a et b deux nombres relatifs non nuls, $\frac{a}{b}$ est le nombre qui multiplié par b donne a c'est à dire $b \times \frac{a}{b} = a$

- si a et b sont positifs, $\frac{a}{b}$ est positif d'après l'égalité précédente ;
- si a est négatif et b est positif, $\frac{a}{b}$ est négatif ;
- si a et b sont négatifs, $\frac{a}{b}$ est positif ;
- si b est négatif et a est positif, $\frac{a}{b}$ est négatif.

Exemples :

- $\frac{-5}{4} = -1,25$
- $\frac{-13,5}{-2,4} = 5,625$

Remarque :

Si a et b sont deux nombres relatifs avec $b \neq 0$:

$$\frac{-a}{b} = \frac{a}{-b} = -\frac{a}{b}$$

Exemples :

- $A = \frac{-3}{2}$
 $A = \frac{3}{-2}$
 $A = -\frac{3}{2}$
 $A = -1,5$

- $B = -\frac{-3}{2}$
 $B = \frac{-(-3)}{2}$
 $B = \frac{+3}{2}$
 $B = \frac{3}{2}$
 $B = 1,5$