Cosinus d'un angle aigu cours 4e

F.Gaudon

2 janvier 2005

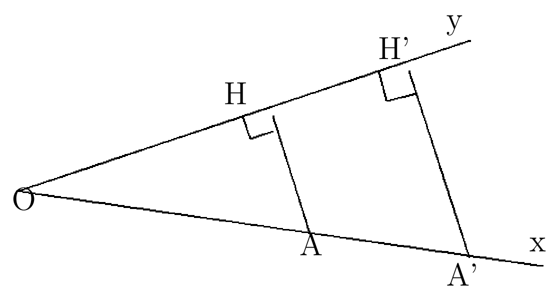
Table des matières

1 Définition et vocabulaire

Propriété et définition :

Étant donné un angle aigu $\widehat{xOy}$, si A est un point d'un côté de l'angle et H le pied de la perpendiculaire à l'autre côté de l'angle et passant par A, alors le quotient $\frac{OH}{AH}$ est indépendant du choix du point A.
Ce quotient s'appelle le cosinus de l'angle $\widehat{xOy}$. On note

$$\cos \widehat{xOy} = \frac{OH}{OA}$$



Preuve :

Soit A' un autre point du côté $[OA)$ de l'angle $\widehat{xOy}$ et H' le pied de la perpendiculaire à $[Oy)$ et passant par A'. On a donc (AH) perpendiculaire à (Oy) et $(A'H')$ perpendiculaire à (Oy). D'après la propriété "si deux droites sont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles", on en déduit que (AH) est parallèle à $(A'H')$.
O, A et A' sont alignés et O, H et H' sont alignés dans le même ordre. (AH) et $(A'H')$ sont parallèles. D'après la propriété de proportionnalité dans les triangles, on a donc

$$\frac{OA}{OA'} = \frac{OH}{OH'} = \frac{AH}{A'H'}$$

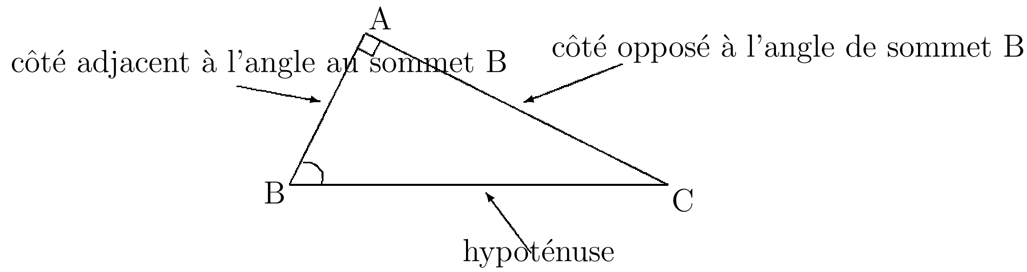
$\frac{OA}{OH} = \frac{OA'}{OH'}$ donc le quotient $\frac{OA}{OH}$ est bien indépendant du point A choisi sur $[Ox)$.

Propriété :

Soit ABC un triangle rectangle en A, on a :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{\text{côté adjacent à l'angle}}{\text{hypoténuse}}$$

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$



Propriété :

Le cosinus d'un angle aigu est un nombre compris entre 0 et 1.

2 Utilisations du cosinus d'un angle aigu dans un triangle rectangle

Attention :

Pour effectuer les calculs ci-dessous, la calculatrice doit être en mode DEGRÉS.

2.1 Calcul d'angles

Exemple :

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que $AB = 3cm$ et $BC = 5cm$.
Dans le triangle ABC rectangle en A :

$$\cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC}$$
$$\cos \widehat{ABC} = \frac{3}{5}$$
$$\cos \widehat{ABC} = 0,6$$

On utilise alors la touche cos^{-1} ou $arcos$ suivant la calculatrice et on obtient $\widehat{ABC} \approx 53,1°$.

2.2 Calcul de longueurs

Exemple :

Soit EFG un triangle rectangle en F tel que $EF = 6cm$ et $\widehat{FEG} = 40°$. Dans le triangle EFG rectangle en F :

$$\cos \widehat{EFG} = \frac{EF}{FG}$$
$$\cos 40° = \frac{6}{FG}$$
$$\frac{1}{\cos 40°} = \frac{FG}{6}$$
$$FG = 6 \times \frac{1}{\cos 40°}$$
$$FG \approx 7,8cm$$