# Inéquations et intervalles, cours, classe de 2nde

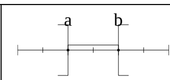
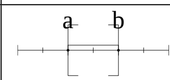
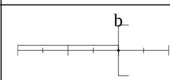
## 1 Intervalles de nombres réels

**Définitions :**

Soient $a$ et $b$ deux nombres réels avec $a$ inférieur strictement à $b$.

- $[a; b]$ est l'ensemble des réels $x$ tels que $a \leq x \leq b$. On l'appelle *intervalle fermé* d'extrémités $a$ et $b$.
- $]a; b[$ est l'ensemble des réels $x$ tels que $a < x < b$. On l'appelle *intervalle ouvert* d'extrémités $a$ et $b$.
- $[a; b[$ est l'ensemble des réels $x$ tels que $a \leq x < b$. Cet intervalle est dit *ouvert* en $b$ et *fermé* en $a$.
- $[a; +\infty[$ est l'ensemble des réels $x$ tels que $x \geq a$.
- $]-\infty; b[$ est l'ensemble des réels $x$ tels que $x < b$.

**Exemples de représentation sur une droite graduée :**

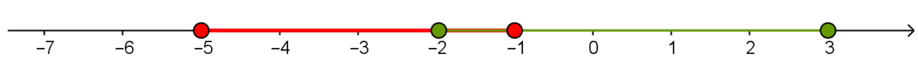
| | |
|---|---|
| $]a; b[$ |  |
| $[a; b]$ |  |
| $]-\infty; b[$ |  |

**Définition :**

Soient $I$ et $J$ deux intervalles.

- *L'intersection* de $I$ et $J$ notée $I \cap J$ est l'ensemble des nombres qui appartiennent à la fois à $I$ *et* à $J$.
- *La réunion* de $I$ et $J$ notée $I \cup J$ est l'ensemble des nombres qui appartiennent à I *ou* à J, c'est à dire, soit à $I$, soit à $J$, soit aux deux.
- Lorsque les intervalles $I$ et $J$ n'ont aucun point commun, leur intersection est *l'ensemble vide* noté $\emptyset$. On dit aussi que les intervalles sont *disjoints*.

**Exemple [Savoir déterminer l'intersection et la réunion de deux intervalles] :**




Soit $I = [-5; -1]$ et $J = [-2; 3]$.
L'intersection $I \cap J$ est $[-2; -1]$.
La réunion $I \cup J$ est $[-5; 3]$.

# 2 Inégalités et inéquations

## 2.1 Définition

**Définition :**

- Une *inégalité* est une affirmation qui utilise l'un des signes « $\geq$ » ou « $>$ » ou « $<$ » ou « $\leq$ » et qui ne peut être que *vraie* ou *fausse*.
- Une *inéquation* est une inégalité où figure un nombre *inconnu*.
  *Résoudre* une inéquation c'est trouver toutes les valeurs possibles du nombre inconnu telles que l'inégalité soit vraie : ces valeurs sont les *solutions* de l'inéquation.

## 2.2 Règles de conservation des inégalités

**Propriétés :**

Soient $a$, $b$, $c$ trois nombres réels :

- si $a \leq b$ alors $a + c \leq b + c$ c'est à dire que le sens de l'inégalité ne change pas lorsque l'on ajoute le même nombre dans les deux membres ;
- si $a \leq b$ et $c > 0$ alors $ac \leq bc$ c'est à dire que le sens de l'inégalité ne change pas lorsque l'on multiplie les deux membres de l'inégalité par un même nombre strictement positif ;
- si $a \leq b$ et $c < 0$ alors $ac \geq bc$ c'est à dire que le sens de l'inégalité change lorsque l'on multiplie les deux membres de l'inégalité par le même nombre strictement négatif.

## 2.3 Application à la résolution d'inéquations du premier degré

**Définition :**

Une *inéquation du premier degré* est une inéquation qui peut s'écrire sous la forme $ax+b \leq 0$ ou $ax+b < 0$ ou $ax+b > 0$ ou $ax+b \geq 0$ avec $a$ et $b$ réels et $x$ l'inconnue.

**Exemple :**

On considère l'inéquation $3(3 + 4x) \leq 2x - 5$.
Elle équivaut à $9 + 12x \leq 2x - 5$ par développement
Ou encore à $9 + 10x \leq -5$ par addition de $-2x$ des deux côtés de l'inégalité
c'est à dire à $10x \leq -14$ par addition de $-9$ des deux côtés de l'inégalité.
Ceci équivaut enfin à $x \leq \frac{-14}{10}$ donc $x \leq -1,4$ par multiplication par $\frac{1}{10}$ *positif* des deux côtés de l'inégalité.
Les solutions sont donc les réels inférieurs ou égaux à -1,4
c'est à dire l'intervalle $]-\infty; -1,4]$.