

Fonctions affines, cours, classe de 2nde

1 Vocabulaire et représentation graphique

Définition :

Soient m et p deux nombres réels. On appelle fonction *affine* la fonction f définie sur \mathbb{R} par :

.....

Remarque :

Si, f est dite *linéaire* mais elle est aussi linéaire.

Exemples [Savoir calculer des images et des antécédents] :

Soit f la fonction définie par $f(x) = 3x + 4$ pour tout x réel. f est une fonction affine.

- Calcul de *l'image* de 6 :

..

..

..... est donc l'image de par f .

- Calcul du ou des *antécédents* de 6 par f :

...

...

...

...

6 a donc un unique antécédent par f , il s'agit de

Représentation graphique :

La représentation graphique de toute fonction affine est

Un point $M(x; y)$ appartient à la droite si et seulement si x et y sont solutions de l'équation

Cette équation est appelée

Exemple [Savoir tracer la représentation graphique d'une fonction affine] :

Représentation graphique de $f : x \mapsto -2x + 3$.

On obtient les coordonnées de deux points de la droite en choisissant deux valeurs de x et en calculant les images y correspondantes :

Pour $x = \dots$,

$y = \dots$

...

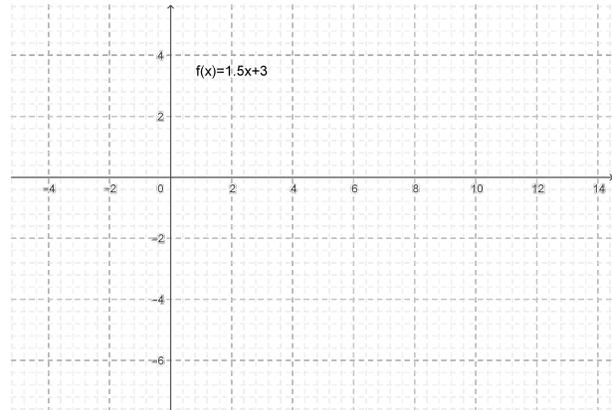
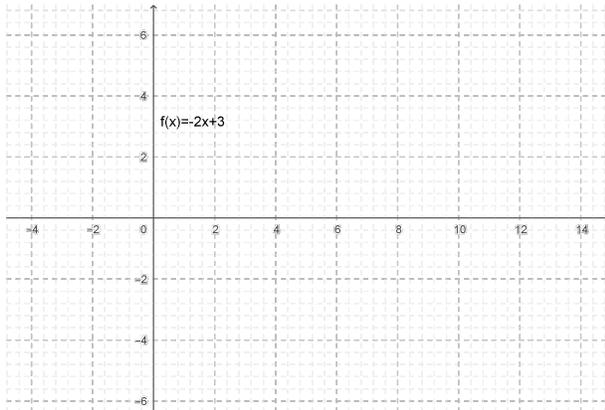
donc $A(\dots; \dots)$ appartient à la représentation graphique de la fonction f .

Pour $x = \dots$,

$y = \dots$

...

donc $B(\dots; \dots)$ appartient à la représentation graphique de la fonction f .



Propriété et définition :

On considère l'équation de droite $y = mx + p$ où m et p sont deux réels.

- m est appelé
ou de la droite ;
- $f(0) = \dots$
 p est donc appelé de la droite.

2 Proportionnalité des accroissements

Propriété :

Soit une fonction affine f définie par $f(x) = mx + p$ de représentation graphique (d) dans un repère du plan.

Alors est *proportionnel* à

Le *coefficient de proportionnalité* est la *pen*te m de la fonction affine.

Pour tous les points A et B de la droite (d) de coordonnées $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ avec $x_A \neq x_B$ on a :

$$m = \dots\dots\dots$$

ou encore

$$m = \dots\dots\dots$$

Preuve :

On a $y_B - y_A = \dots\dots\dots$

...

...

...

D'où la proportionnalité entre les accroissements des et des et la première formule.

Exemples d'utilisations :

- [Savoir déterminer l'expression algébrique d'une fonction affine connaissant deux points de sa représentation graphique]

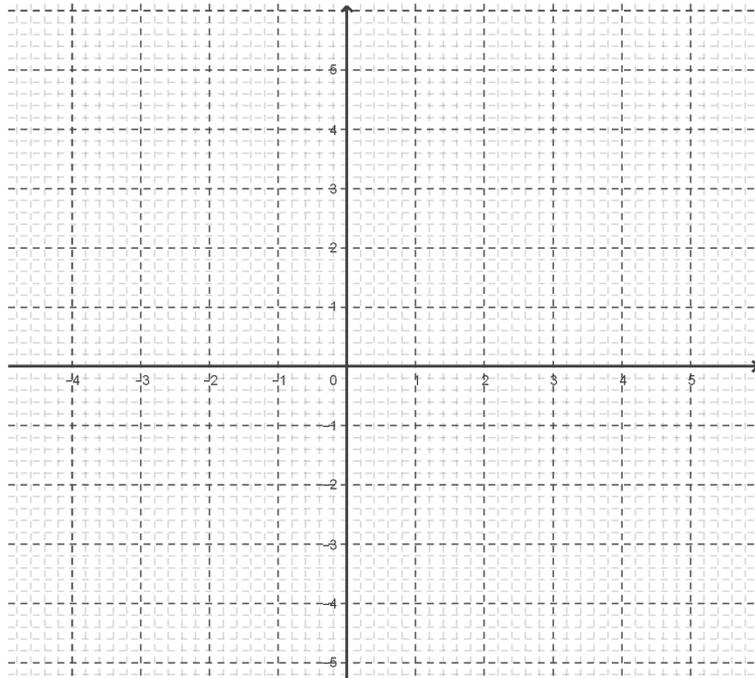
Soit f une fonction affine telle que $f(-1) = 3,5$ et $f(4) = 1$.

Déterminons son expression algébrique ou expression en fonction de x :

...

- [Savoir tracer la représentation graphique d'une fonction affine en utilisant les coefficients m et p]

Soit f la fonction affine dont la droite \mathcal{D} qui la représente dans un repère passe par le point A de coordonnées $(-2; -3)$ et dont le nombre m dans l'écriture $f(x) = mx + p$ vaut $m = 2$. Alors si on avance de 1 unité en abscisse (autrement dit si $x_B - x_A = 1$), pour retrouver un point de la droite \mathcal{D} on doit augmenter de en ordonnées pour retrouver un point B de la droite ($y_B - y_A = 2$).



3 Variations et étude de signes

Variations :

Définition et propriété :

- Si $m > 0$ alors, lorsque les valeurs de x augmentent, les valeurs de $f(x)$
 On dit que la fonction f est sur $] -\infty; +\infty[$;
- si $m = 0$ alors la fonction f est sur $] -\infty; +\infty[$;
- si $m < 0$ alors, lorsque les valeurs de x augmentent, les valeurs de $f(x)$
 On dit que la fonction f est sur $] -\infty; +\infty[$.

Exemple [Savoir reconnaître les variations d'une fonction affine dont l'écriture algébrique est donnée] :

Variations de la fonction f définie par $f(x) = 3 - 2x$.

...

Signe :

Propriété :

Si $m \neq 0$, Il y a deux cas possibles pour les signes d'une fonction affine que l'on peut résumer dans les *tableaux de signe* suivants :

si :

x	$-\infty$	$+\infty$
signe de $mx + p$		

si :

x	$-\infty$	$+\infty$
signe de $mx + p$		

Preuve :

...
...
...
...
...

Exemple [Savoir dresser le tableau de signe d'une fonction affine] :

Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x + 3$.

- On résout l'équation $f(x) = 0$ pour savoir pour quelle valeur de x , $f(x)$ s'annule :

....
...
...

- On regarde le signe de m pour connaître l'ordre des signes :

...
...

- On dresse le tableau de signes :

x	$-\infty$	$+\infty$
$f(x)$		