Fonction inverse

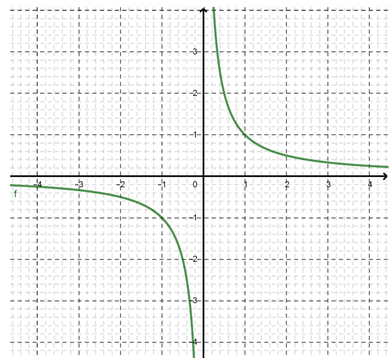
Définition :

On appelle fonction *inverse* la fonction définie pour tout nombre réel appartenant à $]-\infty;0[\cup]0;+\infty[$ par $x \mapsto = \dfrac{1}{x}$.

Tableau de valeurs :

x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	4
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{3}$	$\frac{-1}{2}$	-1	-2	$\|\|$	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$

Représentation graphique :
La représentation graphique de la fonction inverse est appelée *hyperbole*.



Propriété et définition :

Pour tout réel x non nul, $f(-x) = -f(x)$. La fonction est dite *impaire*. Sa représentation graphique dans un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$ est symétrique par rapport à l'origine O du repère.

Preuve :
Pour tous les réels x non nuls, $f(-x) = \frac{1}{-x} = -\frac{1}{x} = -f(x)$ et les points $M(x, \frac{1}{x})$ et $M'(-x; \frac{-1}{x})$ appartiennent à la courbe et sont symétriques par rapport à l'origine du repère.

Variations (propriété) :
La fonction inverse est :

- strictement *décroissante* sur $]-\infty;0[$;
- strictement *décroissante* sur $]0;+\infty[$.

Signe (propriété) :

- L'inverse d'un nombre réel strictement négatif est strictement négatif
- L'inverse d'un nombre réel strictement positif est strictement positif.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$\frac{1}{x}$		-	$\|\|$	$+$	

Propriété :

Pour tout réel non nul a, $\dfrac{1}{x} = a$ équivaut à $x = \dfrac{1}{a}$,
c'est à dire que l'équation $\dfrac{1}{x} = a$ admet pour unique solution $\dfrac{1}{a}$.

Preuve :
Immédiat en remarquant que $\frac{1}{x} = a$ s'écrit $\frac{1}{x} = \frac{1}{a}$.