# Fonction carré, cours, 2nde

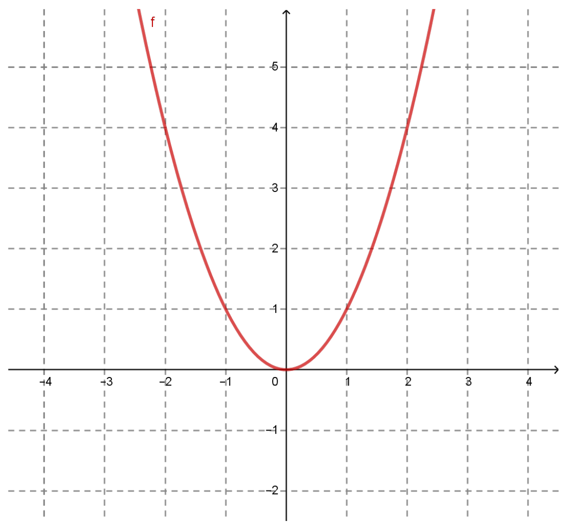
**Définition :**

La fonction *carré* est la fonction définie sur $]-\infty;+\infty[$ par $f : x \mapsto x^2$.

**Tableau de valeurs :**

| $x$ | -2 | -1 | $-\frac{1}{2}$ | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f(x)$ | 4 | 1 | $\frac{1}{4}$ | 0 | $\frac{1}{4}$ | 1 | 4 |

**Représentation graphique :**
La représentation graphique de la fonction carré dans un repère du plan est appelée *parabole*.




**Propriété et définition :**

Le carré d'un nombre réel est toujours un nombre positif. On dit que la fonction carré est *positive* sur $]-\infty;+\infty[$.

**Propriété et définition :**

Pour tout réel $x$, on a $f(-x) = f(x)$, on dit que la fonction est *paire*.
Sa représentation graphique est *symétrique par rapport à l'axe des ordonnées* dans un repère orthogonal.

**Preuve :**
Pour tout réel $x$, $f(-x) = (-x)^2 = x^2$ et $M(x;x^2)$ et $M(-x;(-x)^2)$ appartiennent à la courbe et sont symétriques par rapport à l'axe des ordonnées.

**Propriété :**

- Pour tout réel $k > 0$, l'équation $x^2 = k$ admet deux solutions : $\sqrt{k}$ et $-\sqrt{k}$.
- L'équation $x^2 = 0$ admet pour unique solution $0$ . Sur la parabole, c'est l'abscisse du *sommet* de la parabole.
- Pour tout réel $k < 0$, l'équation $x^2 = k$ n'admet aucune solution réelle. La parabole n'a donc aucun point situé en dessous de l'axes des abscisses.

**Preuve :**
Seul le cas où $k > 0$ n'est pas immédiat. On suppose donc $k > 0$.
L'équation s'écrit alors $x^2 - k = 0$ c'est à dire $x^2 - \sqrt{k}^2 = 0$
ce qui équivaut à $(x-\sqrt{k})(x+\sqrt{k}) = 0$ d'après l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.
Le produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul,
c'est à dire $x - \sqrt{k} = 0$ ou $x + \sqrt{k} = 0$ ce qui justifie le résultat.

# 1 Résolution d'équations produits

**Propriété :**

Un produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul.

**Exemples de résolution d'équations du second degré : :**

- Résolution de l'équation $(3x + 2)(4x - 3) = 0$ dans l'ensemble des réels. D'après la propriété énoncée, $3x + 2 = 0$ ou $4x - 3 = 0$ c'est à dire $3x = -2$ ou $4x = 3$ donc encore $x = \frac{-2}{3}$ ou $x = \frac{3}{4}$. L'équation $(3x + 2)(4x - 3) = 0$ a donc pour solutions $\frac{-2}{3}$ et $\frac{3}{4}$.
- Résolution de l'équation $(3x + 2)(2x - 1) - x(3x + 2) = 0$ dans l'ensemble des réels. Ici, l'équation n'est pas factorisée. La développer ne permet pas de résoudre l'équation car on trouve $3x^2 - x - 2 = 0$ qu'on ne sait pas résoudre. Il faut donc la factoriser : l'équation donne alors $(3x + 2)(2x - 1 - x) = 0$ c'est à dire $(3x + 2)(x - 1) = 0$ qui se résout en utilisant la propriété énoncé ci-dessus. On a donc $3x + 2 = 0$ ou $x - 1 = 0$ donc $x = \frac{-2}{3}$ ou $x = 1$.
- Résolution de l'équation $x^2+4x+4 = 0$. Ici encore, l'équation n'est pas factorisée. Il n'y a pas de facteur commun mais une identité remarquable apparaît $x^2+4x+4 = (x+2)^2$. On résout donc l'équation $(x + 2)^2 = 0$ qui donne $x + 2 = 0$ donc $x = -2$.