Variations de fonctions, cours, 2nde

1 Propriétés sur les inégalités (rappel)

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels, alors :

- $a \leq b$ si et seulement si $a - b$ est .... ;
- $a \geq b$ si et seulement si $a - b$ est ....

Propriétés :

Soient a, b, c trois nombres réels :

- si $a \leq b$ alors $a + c$..........$b + c$,
  c'est à dire que *le sens de l'inégalité* ....
  lorsque l'*on ajoute le même nombre* dans les deux membres ;
- si $a \leq b$ et $c > 0$ alors ac..........bc,
  c'est à dire que *le sens de l'inégalité* ....
  lorsque l'on *multiplie les deux membres* de l'inégalité par un *même nombre* .... ;
- si $a \leq b$ et $c < 0$ alors $ac \geq bc$,
  c'est à dire que *le sens de l'inégalité* ....
  lorsque l'on *multiplie les deux membres* de l'inégalité par le *même nombre* ....

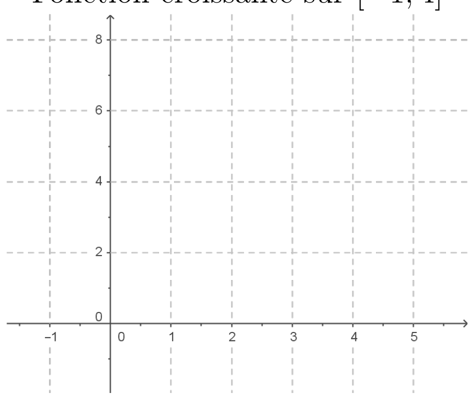
2 Variations de fonctions

Définition :

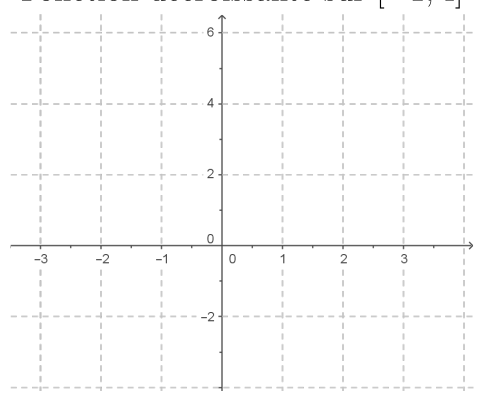
Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- La fonction f est dite .... sur l'intervalle I lorsque pour tous x_1 et x_2 réels appartenant à I, si $x_1 \leq x_2$ alors ...., c'est à dire que f .... des inégalités.
- La fonction f est dite .... sur l'intervalle I lorsque pour tous x_1 et x_2 réels appartenant à I, si $x_1 \leq x_2$ alors ...., c'est à dire que f .... des inégalités.
- La fonction f est dite .... sur l'intervalle I lorsqu'elle est ...., ou lorsqu'elle est ....

Fonction croissante sur $[-1; 4]$



Fonction décroissante sur $[-1; 4]$



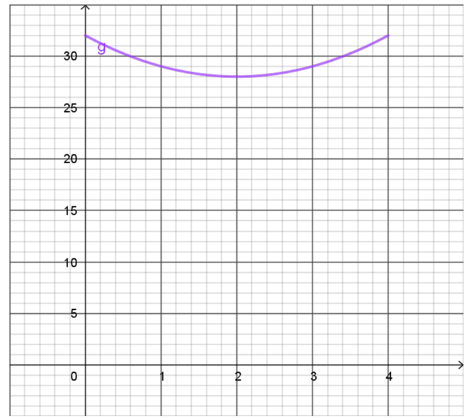
Synthèse :

Pour résumer les variations d'une fonction f on utilise un .... dans lequel apparaissent les intervalles sur lesquels la fonction est monotone.

Exemple [Dresser le tableau de variations d'une fonction par lecture graphique] :

On considère la fonction g définie sur l'intervalle $[0;4]$ représentée ci-contre. La fonction semble, d'après la représentation graphique, admettre le tableau de variation suivant :

x	0		...		4
$f(x)$	...				....
		....		....	
			....		



3 Maximum, minimum

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit x_0 un réel de l'intervalle I.

- La fonction f admet un *maximum* M en x_0 sur l'intervalle I lorsque :
  - .... ;
  - pour tout nombre x de I ....
- La fonction f admet un *minimum* m en x_0 sur l'intervalle I lorsque :
  - .... ;
  - pour tout nombre x de I ....
- On dit que la fonction f admet un *extremum* sur I si elle admet ....

Exemple :

La fonction g précédente semble admettre :

- un minimum ....
- un maximum ....

4 Exemples d'étude algébrique de maximum ou de minimum

Exemple [Savoir montrer que l'on a un minimum ou un maximum sur un intervalle algébriquement] :

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $[0;10]$ par $f(x) = -3x^2 + 2$.
Montrons que 2 est un maximum pour la fonction f sur $[0;10]$.
On a d'abord $f(......) = 2$.
En outre, pour tout réel x de l'intervalle, $f(x) - 2 =$............................
Or si x est positif, alors $-3x^2$ est ....
Donc $f(x) - 2$.............0.
Ce qui montre que $f(x)$..........2 pour tout $x \in [0;10]$.
D'où 2 est un maximum pour la fonction f sur l'intervalle $[0;10]$.