

Vecteurs, cours de seconde

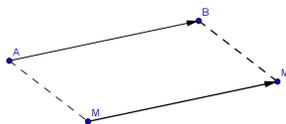
1 Translation et vecteur

Propriété et définition :

Soit A et B deux points du plan. À tout point M du plan on associe le point M' tel $ABM'M$ est un parallélogramme (éventuellement aplati). M' est *l'image* de M par

 On dit alors que M' est l'image de M par

 On dit aussi que $\vec{MM'}$ et \vec{AB} sont
 et on note
 On notera aussi \vec{u} tout vecteur tel que $\vec{u} = \vec{AB} = \vec{MM'}$.



Remarque :

Deux vecteurs \vec{AB} et $\vec{A'B'}$ sont donc égaux si et seulement si les trois conditions suivantes sont vraies :

- les droites (AB) et $(A'B')$ sont : on dit qu'elles ont la même
- le de A vers B est le même que de A' vers B' ;
- les segments $[AB]$ et $[A'B']$ ont même : on dit qu'ils ont la même et on note $\|\vec{AB}\| = \|\vec{A'B'}\|$.

Propriété :

Soit A, B, C et D quatre points du plan non alignés.
 $ABCD$ est un parallélogramme si et seulement si on a l'égalité vectorielle

Définition :

Soit A et B deux points du plan. On appelle :

- *vecteur opposé* au vecteur \vec{AB} le vecteur

On note

- le vecteur \vec{AA} ou \vec{BB} .

On note $\vec{AA} = \vec{BB} = \dots$

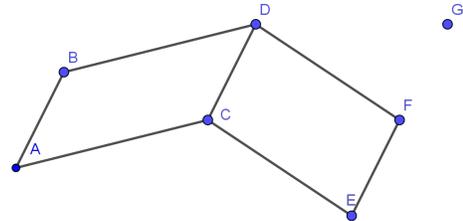
Propriété :

Soit A, B et M trois points. M est le milieu de $[AB]$ si et seulement si

Exemple :

Dans la figure ci-contre, $ABDC$ et $CDFE$ sont des parallélogrammes. F est le milieu de $[EG]$. Montrons que $ABFE$ est un parallélogramme puis que $\vec{AB} = \vec{FG}$.

....



2 Somme de vecteurs

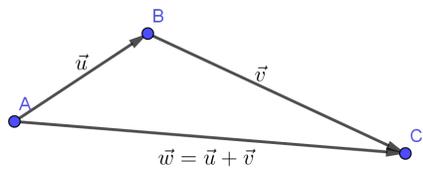
2.1 Relation de Chasles

Définition :

Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs et A, B et C trois points tels que $\vec{u} = \vec{AB}$ et $\vec{v} = \vec{BC}$.
 La *somme des vecteurs* \vec{u} et \vec{v} , notée $\vec{u} + \vec{v}$, est le vecteur
 résultant de l'enchaînement des translations de vecteurs \vec{u} et \vec{v} .

Propriété (relation de CHASLES) :

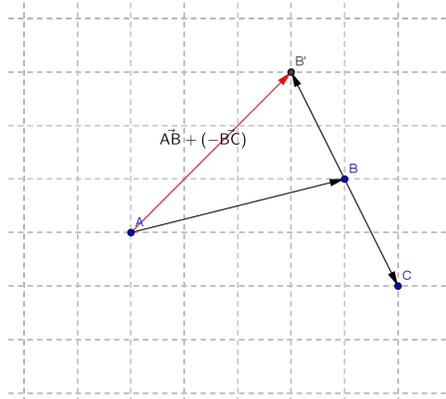
Pour tous les points A, B et C on a donc



2.2 Différence de deux vecteurs

Définition :

Soient \vec{u} , \vec{v} deux vecteurs. On appelle *différence* du vecteur \vec{u} par le vecteur \vec{v} le vecteur noté $\vec{u} - \vec{v}$ égale à



Exemple [Savoir simplifier l'expression d'un vecteur] :

Soient A, B et C trois points du plan. Soit $\vec{u} = \vec{AB} - \vec{AC} + \vec{BC}$.

Simplifions l'expression ce qui permettra de placer simplement le point M tel que $\vec{AM} = \vec{u}$.

....
....

3 Produit d'un vecteur par un nombre réel

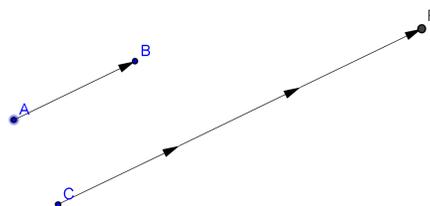
Définition :

Soient \vec{u} un vecteur, k un nombre réel et A et B deux points tels que $\vec{u} = \vec{AB}$ On note $k\vec{u}$ le vecteur tel que :

- de même direction que \vec{u} ;
- de norme si $k > 0$ et sinon ;
- de même sens que \vec{u} si et de sens opposé si

Exemple :

Ci-contre, $\vec{CF} = \dots\vec{AB}$ et $\vec{FC} = \dots\vec{AB}$.



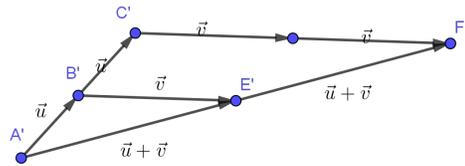
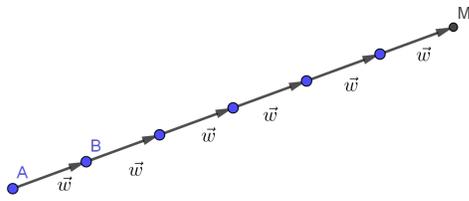
Propriétés :

Soient k, k' deux nombres réels et \vec{u}, \vec{v} deux vecteurs.

- $(-1)\vec{u} = -\vec{u}$
- $k\vec{u} + k'\vec{u} = \dots\dots\dots$
- $k(k'\vec{u}) = \dots\dots\dots$
- $k(\vec{u} + \vec{v}) = \dots\dots\dots$
- $k\vec{u} = \vec{0}$ si et seulement si $\dots\dots\dots$ ou $\dots\dots\dots$

Exemples :

Ci-dessous, $\vec{AM} = \dots\vec{w} + \dots\vec{w} = 6\vec{w}$.
 On a en outre, $\vec{AM} = (\dots \times \dots)\vec{w} = \dots(\dots\vec{w}) = \dots(\dots\vec{w})$
 De plus, On a $2(\vec{u} + \vec{v}) = \dots\vec{u} + \dots\vec{v}$



Exemples [Savoir simplifier l'écriture d'un vecteur] :

- Soient \vec{u} et \vec{v} deux vecteurs. Simplifier l'écriture de $\vec{w} = 3(\vec{u} + 2\vec{v}) - 5\vec{u} + 3\vec{v}$.

- Soient A, B, C et D quatre points.
 On cherche à placer le point M tel que $\vec{AM} = 3\vec{AB} - 2\vec{AC} - 2\vec{CB} + 3\vec{BD}$.
 On se ramène à une écriture ne comportant pas de différence en utilisant les vecteurs opposés, par exemple $-\vec{AC} = \vec{CA}$:
 $\vec{AM} = \dots$
 On factorise quand c'est possible en utilisant $k\vec{u} + k\vec{v} = k(\vec{u} + \vec{v})$:
 $\vec{AM} = \dots\dots\dots$
 On utilise la relation de Chasles quand c'est possible :
 $\vec{AM} = \dots\dots\dots$
 ...
 ...
 ...