Ordre dans l'ensemble des nombres réels, cours, 2nde

1 Inégalités

Propriété :

Soient a et b deux nombres réels, alors :
- $a \leq b$ si et seulement si $a - b$ est .... ;
- $a \geq b$ si et seulement si $a - b$ est ....

Propriétés :

Soient a, b, c trois nombres réels :
- si $a \leq b$ alors $a + c$..........$b + c$,
  c'est à dire que *le sens de l'inégalité* ....
  lorsque l'*on ajoute le même nombre* dans les deux membres ;
- si $a \leq b$ et $c > 0$ alors ac..........bc,
  c'est à dire que *le sens de l'inégalité* ....
  lorsque l'on *multiplie les deux membres* de l'inégalité par un *même nombre* .... ;
- si $a \leq b$ et $c < 0$ alors $ac \geq bc$,
  c'est à dire que *le sens de l'inégalité* ....
  lorsque l'on *multiplie les deux membres* de l'inégalité par le *même nombre* ....

Preuve :
- si $a \leq b$ alors $a - b$........0 c'est à dire $a + c - c - b$........0 donc $a + c - (b + c)$.........0 c'est à dire $a + c$.........$b + c$;
- si $a \leq b$ et $c > 0$ alors $a - b$..........0 et $c(a - b)$.........0 donc $ca - cb$.........0 c'est à dire ac............bc.
- si $a \leq b$ et $c < 0$ alors $a - b$...........0 et $c(a - b)$...........0 donc $ca - cb$...........0 c'est à dire ac..............bc.

Exemple [Savoir encadrer un nombre réel] :
Encadrement de -2π sachant que $3,14 < \pi < 3,15$.
On a .... $< 2\pi <$ ....
donc .... $< 2\pi <$ ....
et donc .... $< -2\pi <$ ....

Propriétés :

- Si $a \geq b > 0$ et $c \geq 0$, $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$ c'est à dire que si deux quotients positifs ont le même dénominateur alors le plus grand est ....
- Si $a \geq b > 0$ et $c \geq 0$, alors $\frac{c}{a} \leq \frac{c}{b}$ c'est à dire que si deux quotients positifs ont le même numérateur alors le plus grand est ....

Preuve :
Seul le deuxième cas n'est pas immédiat.
$\frac{c}{a} - \frac{c}{b} =$..........................
donc $\frac{c}{a} - \frac{c}{b} =$......................
Comme $a > 0$, $b > 0$ et $c > 0$, de $a \geq b$ on déduit $b - a$......0 d'où $\frac{c}{a} - \frac{c}{b}$.......0 donc $\frac{c}{a}$........$\frac{c}{b}$.

Exemple [Savoir comparer deux nombres de même numérateur] :
Soit n un entier naturel non nul. On pose $a = \frac{n+3}{n+1}$ et $b = \frac{n+3}{n+2}$.
Alors a.......b.

2 Comparaison de a, a^2 et a^3

Propriété :

- Si $a \geq 1$, alors a^3........a^2.......a......1 ;
- Si $0 < a < 1$, alors a^3........a^2.......a.....1.

Preuve :
On remarque que $a^3 - a^2 =$.......... et que $a^2 - a =$.......... .
- Si $a \geq 1$ alors $a - 1$......0 donc $a^2(a-1)$......0 d'où $a^3 - a^2$......0 donc a^3......a^2.
  En outre, $a(a-1)$......0 donc $a^2 - a$......0 donc a^2......a.
- Si $a \leq 1$, alors $a - 1$.......0 donc $a^3(a-1)$......0 d'où $a^3 - a^3$.....0 donc a^3......a^2.
  En outre, $a(a-1)$.....0 donc $a^2 - a$.....0 donc a^2.....a.