Résolutions d'inéquations et étude de signes de fonctions, cours, 2nde

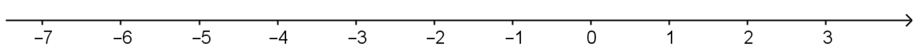
1 Intersection et réunion d'intervalles

Définition :

Soient I et J deux intervalles.

- *L'intersection* de I et J notée .... est l'ensemble des nombres qui appartiennent ....
- *La réunion* de I et J notée .... est l'ensemble des nombres qui appartiennent ....
- Lorsque les intervalles I et J n'ont aucun point commun, leur intersection est .... noté .... On dit aussi que les intervalles sont ....

Exemple :



Soit $I = [-5; -1]$ et $J = [-2; 3]$.
L'intersection $I \cap J$ est ....
La réunion $I \cup J$ est ....

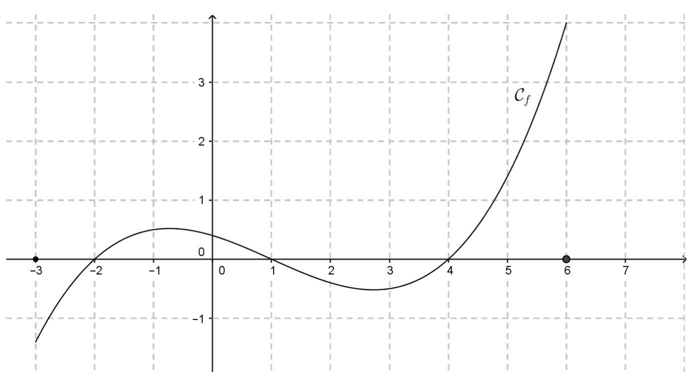
2 Résolution graphique d'inéquations

Propriété :

Soit k un nombre réel, f une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère. Les *solutions de l'inéquation* $f(x) \leq k$ (respectivement $f(x) \geq k$) sont ....

Exemple :

Sur la figure ci-contre, est représentée la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3; 6]$:

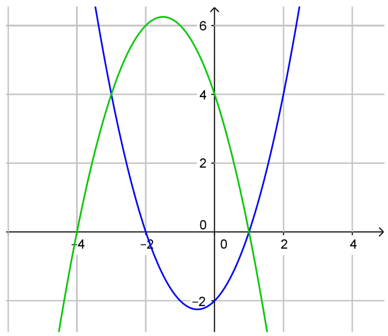


L'inéquation $f(x) \geq -0,5$ a pour ensemble de solutions .... environ.

Propriété :

Soient f et g deux fonctions et $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ leur représentation graphique dans un repère. Les *solutions de l'inéquation* $f(x) \leq g(x)$ sont les .... des points de la courbe $\mathcal{C}_f$ situés .... des points de $\mathcal{C}_g$ de même ....

Exemple :



Ci-dessus, $\mathcal{C}_f$ est la courbe bleue et $\mathcal{C}_g$ est la courbe verte. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ semble être ....

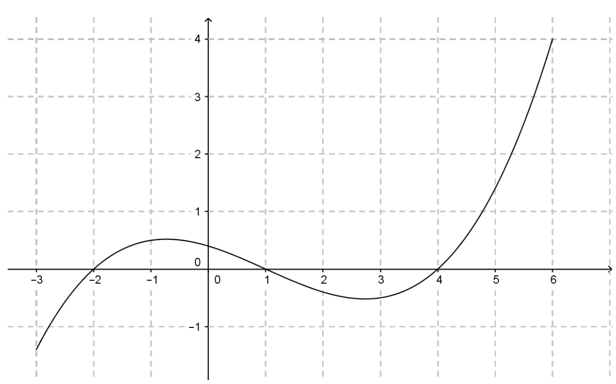
3 Signe de fonction

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On dit que f est :

- *positive* sur I si pour tout réel x de I, ...;
- *négative* sur I si pour tout réel x de I, ...

Exemple :



Pour visualiser le signe d'une fonction, on utilise un *tableau de signes* :

x	....	.....	......	.....	......
$f(x)$	....	.....	.....	....	....

4 Cas particulier : étude de signes de fonctions affines

4.1 Propriétés des inégalités (rappels)

Propriétés :

Soient a, b, c trois nombres réels :
- si $a \leq b$ alors .... c'est à dire que le sens de l'inégalité .... lorsque l'on ajoute le même nombre dans les deux membres ;
- si $a \leq b$ et $c > 0$ alors .... c'est à dire que le sens de l'inégalité .... lorsque l'on multiplie les deux membres de l'inégalité par un même nombre strictement positif ;
- si $a \leq b$ et $c < 0$ alors .... c'est à dire que le sens de l'inégalité .... lorsque l'on multiplie les deux membres de l'inégalité par le même nombre strictement négatif.

4.2 Étude de signe des fonctions affines

Définition :

Soient a et b deux nombres réels. On appelle fonction *affine* la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

....

Propriété :

Si $a \neq 0$, les deux cas possibles sont résumés dans les tableaux de signe suivants :

Si .... :

x	$-\infty$ .... $+\infty$
signe de $ax+b$	... ...

Si .... :

x	$-\infty$ .... $+\infty$
signe de $ax+b$	... ...

Preuve :

$f(x) > 0$ signifie $ax + b > 0$
Si $a > 0$ cela équivaut à ....
ou encore à ....
D'où le premier tableau de signe.
Si $a < 0$, $f(x) > 0$ équivaut à .... donc à ....
D'où le second tableau de signe.

Exemple [Savoir dresser le tableau de signe d'une fonction affine] :
Soit f la fonction définie par $f(x) = -2x + 3$.

- On résout l'équation $f(x) = 0$ pour savoir pour quelle valeur de x, $f(x)$ s'annule :
  $f(x) = 0$ équivaut à ....
  c'est à dire à ....
  donc ....

- On dresse le tableau de signes :

x	$-\infty$		....		$+\infty$
$f(x)$		....	....	.....	