Variations de fonctions, cours, 2nde

1 Fondamentaux sur les fonctions

Définition :

- Une *fonction* est un procédé qui permet d'associer à tout nombre x, élément d'un ensemble E « de départ » , un nombre unique noté $f(x)$.
- L'ensemble E est .... de la fonction f.
- Le nombre $f(x)$ est appelé .... du nombre x par la fonction f.
- Le nombre x est appelé .... du nombre $f(x)$.

Exemple :
Soit g la fonction définie pour tout réel x par $g(x) = x^2 - 8x + 32$.
On a $g(-5) =$...............
-5 a donc pour image .... par la fonction g ce qui signifie aussi que -5 est un .... de .... par la fonction g.

Algorithmique :
Algorithme de calcul de l'image d'un nombre par une fonction :

Entrées : x, f
Début traitement
| y prend la valeur $f(x)$;
Fin
Sorties : fx

Définition :

Pour présenter des nombres et leurs images par une fonction, on utilise un ....

Exemple : :
Par exemple pour la fonction g définie par $g(x) = x^2 - 8x + 32$:

x	0	1	2	3	4
$g(x)$	....	....	....	....	....

Algorithmique :
La construction du tableau de valeurs d'une fonction f définie sur l'intervalle entre deux réels a et b avec un pas de h se traduit par l'algorithme suivant :

Exemple de programmation (langage python) :
Construction du tableau de valeurs de la fonction $f : x \mapsto x^2 - 8x + 32$ pour x entre 0 et 8 par pas de 0,1 :

Entrées : a,b,h,f
Début traitement
  Affecter à x la valeur de ..... ;
  tant que $x \leq b$ **faire**
    Affecter à fx la valeur de $f(x)$;
    Afficher ..... et .... ;
    Affecter à x la valeur de $x + h$;
  fin
Fin

```
x=0
while(x<=8):
        fx=x**2-8*x+32
        print(x,"a pour image ",fx)
        x=x+0.1
```

2 Intervalles de nombres réels

Définition :

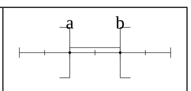
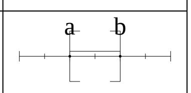
On appelle ensemble des nombres .... , noté ...., l'ensemble des abscisses des points de toute droite graduée (par exemple 1, -3, $\sqrt{2}$, π, etc.) ;

Définitions :

Soient a et b deux nombres réels avec a inférieur strictement à b.

- $[a; b]$ est l'ensemble des réels x tels que .... On l'appelle .... d'extrémités a et b.
- $]a; b[$ est l'ensemble des réels x tels que .... On l'appelle .... d'extrémités a et b.
- $[a; b[$ est l'ensemble des réels x tels que .... Cet intervalle est dit .... en b et .... en a.

Exemples de représentation sur une droite graduée :

$]a; b[$	
$[a; b]$	

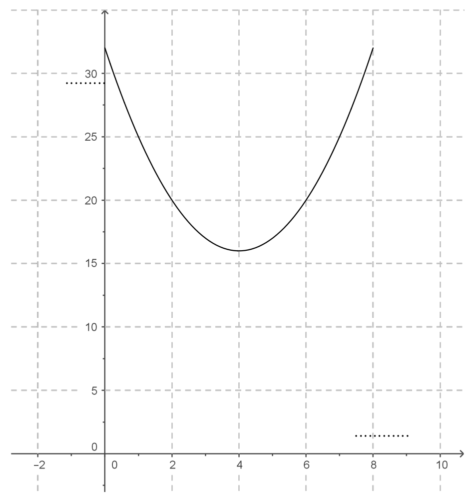
3 Représentation graphique

Définition : représentation graphique :

- Soit f une fonction définie sur un ensemble E de $\mathbb{R}$. On appelle *courbe représentative* ou *représentation graphique* de la fonction f l'ensemble des points M du plan de coordonnées .... dans un repère du plan avec x parcourant l'ensemble de définition E .
- Un point M de coordonnées $(x; y)$ appartient donc à la courbe si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation .... appelée .... $\mathcal{C}_f$ de la fonction f.

Exemple :

Soit $\mathcal{C}$ la représentation graphique de la fonction g définie par $g(x) = x^2 - 8x + 32$ sur l'intervalle $[0; 8]$. D'après le tableau de valeurs vu plus haut, les points M_1, M_2, M_3 de coordonnées respectives $(0; 32)$, $(1; 25)$, $(4; 16)$ sont des points de la courbe représentative de la fonction g.
D'où la représentation graphique :



Algorithmique :
Algorithme de placement de points appartenant à la représentation graphique d'une fonction f définie sur un intervalle $[a; b]$ par pas de h :

Entrées : f, a, b, h
Début traitement
  pour x ***allant de*** a ***à*** b ***par pas de*** h **faire**
    Affecter à fx la valeur de $f(x)$;
    Placer le point de coordonnées $(x; fx)$.
  fin
Fin

Propriété :

Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative d'une fonction f.
- L'image $f(x)$ d'un nombre x par f se lit sur l'axe des .... : c'est ....
- les antécédents s'il y en a de tout nombre y par f se lisent sur l'axe des .... : ce sont ....

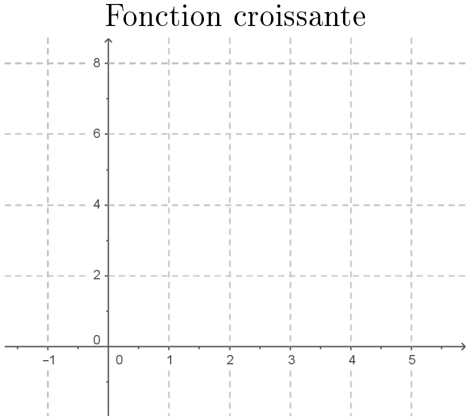
Exemple :
Sur la courbe ci-dessus représentant la fonction g,
- l'image de 1 est ...... ;
- 20 a deux antécédents qui sont .... et ..... .

4 Croissance, décroissance

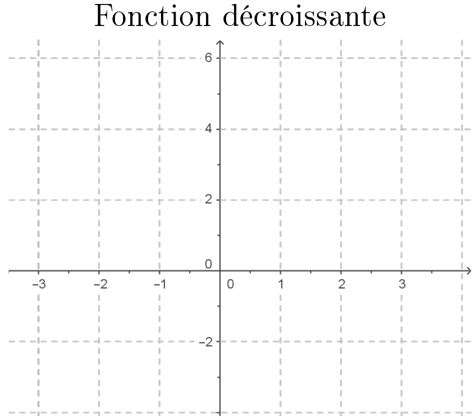
Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.
- La fonction f est dite .... sur l'intervalle I lorsque pour tous x_1 et x_2 réels appartenant à I, si $x_1 \leq x_2$ alors ...., c'est à dire que f .... des inégalités.
- La fonction f est dite .... sur l'intervalle I lorsque pour tous x_1 et x_2 réels appartenant à I, si $x_1 \leq x_2$ alors ...., c'est à dire que f .... des inégalités.
- La fonction f est dite .... sur l'intervalle I lorsqu'elle est ...., ou lorsqu'elle est ....

Fonction croissante



Fonction décroissante



Synthèse :

Pour résumer les variations d'une fonction f on utilise un .... dans lequel apparaissent les intervalles sur lesquels la fonction est monotone.

Exemple :
On considère la fonction g précédente. La fonction semble, d'après la représentation graphique, admettre le tableau de variation suivant :

x	0		4		8
$g(x)$			......		
		......		....	
			.....		

5 Maximum, minimum

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit x_0 un réel de l'intervalle I.

- La fonction f admet un *maximum* M en x_0 sur l'intervalle I lorsque :
  - .... ;
  - pour tout nombre x de I ....
- La fonction f admet un *minimum* m en x_0 sur l'intervalle I lorsque :
  - .... ;
  - pour tout nombre x de I ....
- On dit que la fonction f admet un *extremum* sur I si elle admet ....

Exemple :
La fonction g précédente semble admettre :

- un minimum ....
- un maximum ....