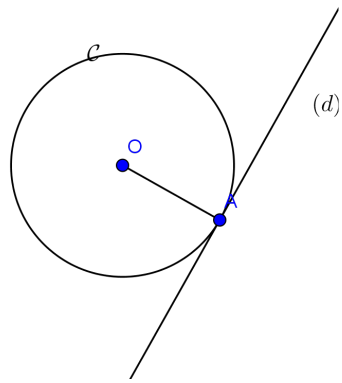
Trigonométrie, classe de seconde

1 Tangente à un cercle

Définition :

Soit $\mathcal{C}$ un cercle et A un point du cercle. On dit qu'une droite (d) est *tangente* à ce cercle au point A si la droite d est perpendiculaire au cercle au point A.



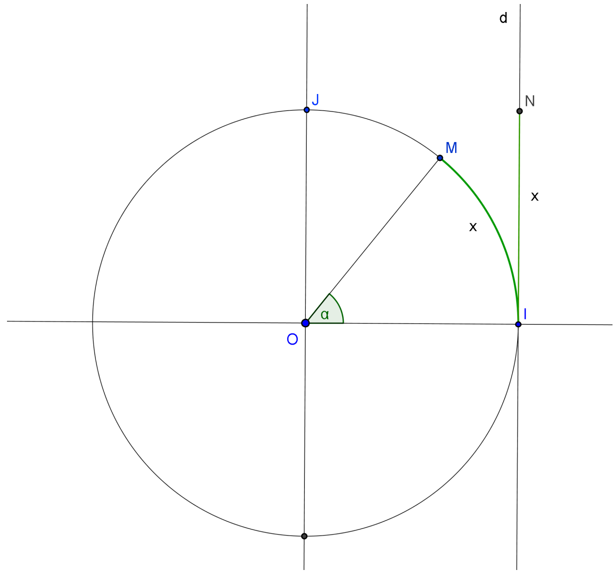
Propriété :

La tangente (d) à un cercle $\mathcal{C}$ en un point A du cercle admet A pour unique point d'intersection avec le cercle.

2 Cercle trigonométrique

Définition :

Soit $(O;\vec{i};\vec{j})$ un repère orthonormal du plan. On appelle *cercle trigonométrique* tout cercle dont le rayon est égal à l'unité de longueur et de centre l'origine O du repère. Le sens de parcours du cercle trigonométrique appelé *sens direct* est le sens inverse des aiguilles d'une montre



Définition :

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$, on considère le cercle trigonométrique de centre O et la droite (d) tangente en I à la droite (OI). On considère sur cette droite un repère $(I; \vec{IK})$ tel que $IK = 1$.
Á tout nombre réel x on fait correspondre le point N d'abscisse x dans le repère $(I; \vec{IK})$ de $\mathcal{D}$. Par enroulement de la droite $\mathcal{D}$ autour du cercle $\mathcal{C}$, on obtient un point M unique du cercle trigonométrique tel que la distance à zéro de x soit égale à la longueur de l'arc IM.

Exemples :

$x = \frac{\pi}{2}$ donne le point M tel que $\widehat{IOM} = 90°$.
$x = \frac{\pi}{3}$ donne le point M tel que $\widehat{IOM} = 60°$.

Remarque :

x et y sont deux réels donnant le même point M sur le cercle trigonométrique si et seulement si $y = x + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

3 Cosinus et sinus d'un nombre réel

3.1 Définitions

Dans un repère orthonormal $(O;\vec{OI};\vec{OJ})$, on considère le cercle trigonométrique de centre O et la droite $\mathcal{D}$ tangente en I à la droite (OI).

A tout nombre réel x on fait correspondre le point N d'abscisse x dans un repère $(I;\vec{IK})$ de $\mathcal{D}$. Par enroulement de la droite $\mathcal{D}$ autour du cercle $\mathcal{C}$, on obtient un point M unique du cercle trigonométrique tel que la distance à zéro de x soit égale à la longueur de l'arc IM.

Définition :

Soit un cercle trigonométrique dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$ orthonormal. On considère un nombre réel x.

- on appelle *cosinus* de x et on note $\cos x$, *l'abscisse* du point M associé à x par le procédé décrit précédemment.
- On appelle *sinus* de x et on note $\sin x$, *l'ordonnée* du point M associé à x par le procédé décrit.

Remarque :

Soit x un réel et M le point qui lui est associé sur le cercle trigonométrique. Alors $\cos(x) = \cos(\widehat{IOM})$ et $\sin(\text{x}) = \sin(\widehat{IOM})$.

3.2 Propriétés

Valeurs remarquables :

Angle en degrés	réel associé	cosinus	sinus
0	0	1	0
30	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
90	$\frac{\pi}{2}$	0	1
180	π	-1	0

Propriétés :

Pour tout nombre x,

- $(\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 = 1$;
- $-1 \leq \cos(x) \leq 1$ et $-1 \leq \sin(x) \leq 1$;
- $\cos(-x) = \cos(x)$ et $\sin(-x) = -\sin(x)$;
- $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$ et $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$.