Résolutions graphiques et signes de fonctions, cours, classe de seconde

F.Gaudon

5 juin 2017

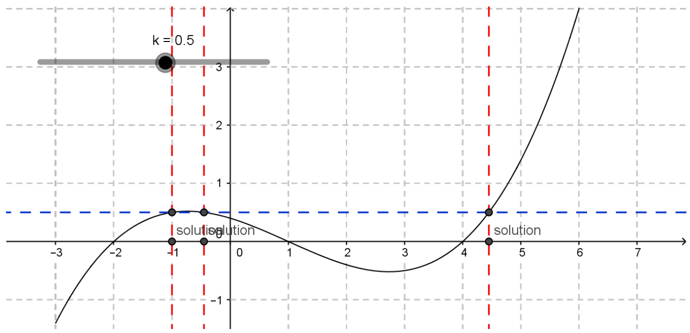
Table des matières

1 Résolution graphique d'équations

Propriété :

> Soit k un nombre réel, f une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère. Les *solutions de l'équation* $f(x) = k$ sont les *abscisses* des points d'intersection de la courbe avec la droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point de coordonnées $(0; k)$.

Exemple :
Sur la figure ci-dessous, est représentée une fonction f :



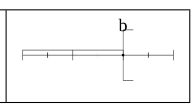
Les solutions de l'équation $f(x) = 0,5$ sont environ -1 ; -0,5 et 4,5.

2 Résolutions graphiques d'inéquations

2.1 Compléments sur les intervalles

Définitions :

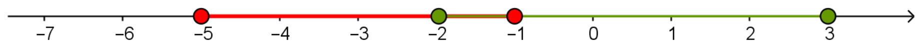
> Soit b un nombre réel..
> - $[b; +\infty[$ est l'ensemble des réels x tels que $x \geq b$.
> - $]-\infty; b[$ est l'ensemble des réels x tels que $x < b$.

$]-\infty; b[$	

Définition :

> Soient I et J deux intervalles.
> - *L'intersection* de I et J notée $I \cap J$ est l'ensemble des nombres qui appartiennent à la fois à I *et* à J.
> - *La réunion* de I et J notée $I \cup J$ est l'ensemble des nombres qui appartiennent à I *ou* à J, c'est à dire, soit à I, soit à J, soit aux deux.
> - Lorsque les intervalles I et J n'ont aucun point commun, leur intersection est *l'ensemble vide* noté $\emptyset$. On dit aussi que les intervalles sont *disjoints*.

Exemple :



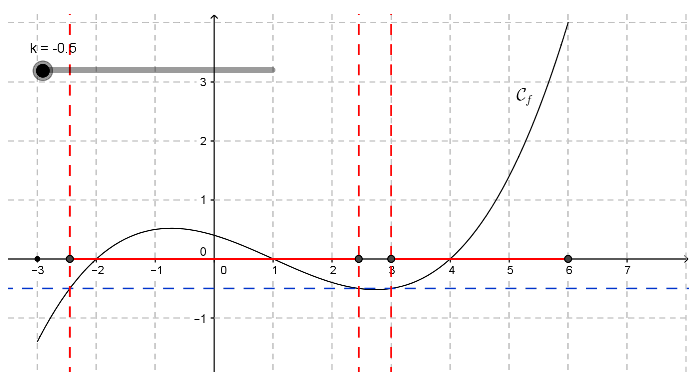
Soit $I = [-5; -1]$ et $J = [-2; 3]$.
L'intersection $I \cap J$ est $[-2; -1]$.
La réunion $I \cup J$ est $[-5; 3]$.

2.2 Résolution graphique d'inéquations

Propriété :

Soit k un nombre réel, f une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère. Les *solutions de l'inéquation* $f(x) \leq k$ (respectivement $f(x) \geq k$) sont les *abscisses* des points de la courbe situés en dessous (respectivement au dessus) de la droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point de coordonnées $(0; k)$.

Exemple :
Sur la figure ci-contre, est représentée la courbe représentative d'une fonction f définie sur $[-3; 6]$:

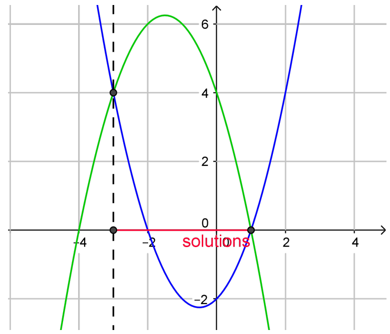


L'inéquation $f(x) \geq -0,5$ a pour ensemble de solutions $[-2,5; 2,5] \cup]3; 6]$ environ.

Propriété :

Soient f et g deux fonctions et $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ leur représentation graphique dans un repère. Les *solutions de l'inéquation* $f(x) \leq g(x)$ sont les *abscisses* des points de la courbe $\mathcal{C}_f$ situés en dessous des points de $\mathcal{C}_g$ de même abscisse.

Exemple :



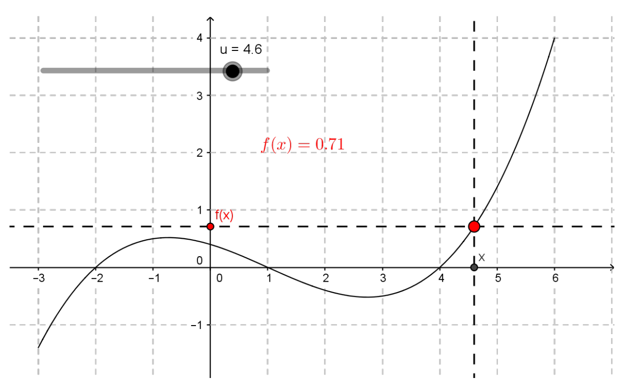
Ci-dessus, $\mathcal{C}_f$ est la courbe bleue et $\mathcal{C}_g$ est la courbe verte. L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ semble être [-3 ; 1].

3 Signe d'une fonction

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On dit que f est :
- *positive* sur I si pour tout réel x de I, $f(x) \geq 0$;
- *négative* sur I si pour tout réel x de I, $f(x) \leq 0$.

Exemple :



Pour visualiser le signe d'une fonction, on utilise un *tableau de signes* :

x	-3		-2		1		4		6
$f(x)$		-	0	+	0	-	0	+	