

Fonction carré, classe de seconde

F.Gaudon

10 janvier 2010

Table des matières

1	Étude de la fonction carré	2
2	Résolution d'équations	3

1 Étude de la fonction carré

Définition :

La fonction *carré* est définie sur \mathbb{R} par

$$f(x) = x^2$$

Variations :

La fonction carré est :

- décroissante sur $] -\infty; 0]$;
- croissante sur $[0; +\infty[$.

Elle admet un minimum égal à 0 en 0.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)$			

Preuve :

- Soient x_1 et x_2 deux réels tels que $0 \leq x_1 \leq x_2$. Alors en multipliant par x_1 qui est positif on obtient $0 \leq x_1^2 \leq x_1x_2$ et en multipliant par x_2 qui est positif on a $0 \leq x_1x_2 \leq x_2^2$ donc finalement $x_1^2 \leq x_2^2$ ce qui signifie que la fonction carré est croissante sur $[0; +\infty[$.
- Soient x_1 et x_2 deux réels tels que $x_1 \leq x_2 \leq 0$. Alors en multipliant par x_1 qui est négatif on obtient $x_1^2 \geq x_1x_2$ et en multipliant par x_2 qui est négatif on a $x_1x_2 \geq x_2^2$ donc finalement $x_1^2 \geq x_2^2$ ce qui signifie que la fonction carré est décroissante sur $] -\infty; 0]$.

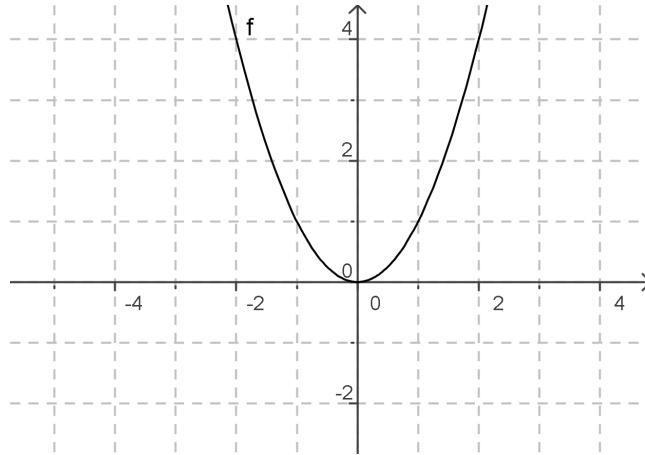
Signe :

La fonction carré est positive sur $] -\infty; +\infty[$.

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^2	+	0	+

Représentation graphique :

La représentation graphique de la fonction carré dans un repère du plan est appelée *parabole*.

**Remarque :**

Pour tout réel x , on a $f(-x) = f(x)$, on dit que la fonction est paire. Sa représentation graphique est symétrique par rapport à l'axe des ordonnées dans un repère orthogonal.

2 Résolution d'équations

Propriété :

- Pour tout réel $k > 0$, l'équation $x^2 = k$ admet deux solutions \sqrt{k} et $-\sqrt{k}$.
- Pour tout réel $k < 0$, l'équation $x^2 = k$ n'admet aucune solution réelle.
- L'équation $x^2 = 0$ admet pour unique solution 0.

Propriété :

Seul le cas où $k > 0$ n'est pas immédiat. On suppose donc $k > 0$. L'équation s'écrit alors $x^2 - k = 0$ c'est à dire $x^2 - \sqrt{k}^2 = 0$ ce qui équivaut à $(x - \sqrt{k})(x + \sqrt{k}) = 0$ d'après l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Le produit est nul si et seulement si l'un des facteurs est nul, c'est à dire $x - \sqrt{k} = 0$ ou $x + \sqrt{k} = 0$ ce qui justifie le résultat.