Fonction inverse et études de quotients

1 Étude de la fonction inverse

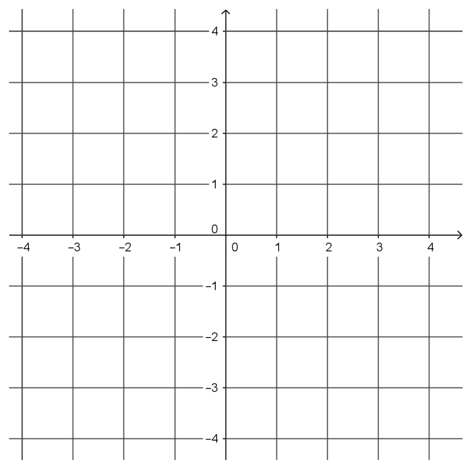
Définition :

On appelle fonction *inverse* la fonction f définie pour tout nombre réel appartenant à .... par ....

x	-4	-3	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2	3	4
$f(x)$	.....	.....	.....	....	.....	.....	.....	.....	.....	.....	.....

Représentation graphique :

La représentation graphique de la fonction inverse est appelée ....



Remarque :

Pour tout réel x, $f(-x) = -f(x)$. La fonction est dite .... Sa représentation graphique dans un repère orthogonal $(O;\vec{i};\vec{j})$ est ....

Variations :

La fonction inverse est :

- ....
- ....

$f(x)$	$-\infty$ .... $+\infty$
x	....

Preuve :

- Soient x_1 et x_2 deux nombres réels tels que $0 < x_1 \leq x_2$.
  On multiplie cette inégalité par $\frac{1}{x_1 x_2}$ qui est positif.
  On a donc ....
  c'est à dire $\frac{1}{x_1}$......$\frac{1}{x_2}$
  ce qui montre que la fonction inverse est ....
- Soient x_1 et x_2 deux nombres réels tels que $x_1 \leq x_2 < 0$.
  On multiplie cette inégalité par $\frac{1}{x_1 x_2}$ qui est positif.
  On a donc ....
  c'est à dire ....
  ce qui montre que la fonction inverse est ....

Signe

x	$-\infty$ ..... $+\infty$
$\frac{1}{x}$	....

2 Étude de quotients

2.1 Valeurs interdites

Définition :

> on appelle .... d'une fonction f donnée, tout réel x n'appartenant pas à l'ensemble de définition de la fonction f.

Exemple :

Soit f définie par $f(x) = \frac{3x+2}{-4x+5}$.
f n'est pas définie si et seulement si ....
c'est à dire .... ou encore ....
.... est l'unique .... pour f
et l'ensemble de définition de f est ....

2.2 Résolution d'équations quotients

Propriété :

Un quotient est nul si et seulement si ....

Exemples de résolution d'équations quotients :

1. On considère l'équation
$$\frac{3x+2}{5x+3}=0$$
   - Recherche de valeurs interdites :
     .... si et seulement si .... c'est à dire ....
     .... est donc la seule valeur interdite.
   - Résolution de l'équation quotient nul sur .... :
     On a $\frac{3x+2}{5x+3}=0$ si et seulement si .... c'est à dire .... donc ....
     L'unique solution de l'équation est donc ....
2. On considère l'équation
$$\frac{5x-2}{3x-1}=3$$
   - Recherche de valeurs interdites :
     .... équivaut à ....
   - Résolution de l'équation sur .... :
     On peut utiliser un produit en croix :
     $\frac{5x-2}{3x-1}=\frac{3}{1}$ équivaut à ....
     donc à ....
     c'est à dire........................ ou encore ....
     On détermine les solutions en supprimant les valeurs interdites qui ne peuvent être solutions :
$$\mathcal{S}=\{........................\}$$

2.3 Exemple d'étude de signe d'un quotient

On considère le quotient
$$\frac{3-2x}{x+1}$$
.

- On détermine les valeurs interdites : ici, on doit avoir .... c'est à dire ....
- On étudie le signe du numérateur et du dénominateur pour dresser le tableau de signe : .... équivaut à ....

x	$-\infty$	...		...		$+\infty$
$3-2x$	...		...	...	...	
$x+1$	...	...	...		...	
$\frac{3-2x}{x+1}$	...	...	...	...	...	

Pour $x \in$........................., le quotient est strictement négatif.
Pour $x \in$................., le quotient est strictement positif.

2.4 Résolution d'inéquations

1. On considère l'équation $\frac{3-2x}{x+1} \geq 0$.
   D'après le tableau de signes précédent, l'ensemble des solutions est l'intervalle ....
2. On considère l'inéquation
   $$\frac{3x+1}{x-2} \leq 5$$
   .
   - On détermine la ou les valeurs interdites : .... c'est à dire ....
   - On écrit l'inéquation sous la forme d'une inéquation quotient nul :

     ...

     ...

     ...

     ...
   - On étudie le signe du quotient obtenu :

x	$-\infty$	...		...		$+\infty$
$-2x+11$	...	...	...		...	
$x-2$	...		...	...	...	
$\frac{-2x+11}{x-2}$	...	...	...	...	...	

   - On détermine à partir du tableau les valeurs de x solutions de l'inéquation :

     ...