Étude graphique des fonctions, classe de 2nde

F. Gaudon

http://mathsfg.net.free.fr

9 avril 2012

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- La fonction f est dite *croissante* sur l'intervalle I lorsque,

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- La fonction f est dite *croissante* sur l'intervalle I lorsque,
  si x augmente dans I, alors $f(x)$ augmente.

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- La fonction f est dite *croissante* sur l'intervalle I lorsque,
  si x augmente dans I, alors $f(x)$ augmente.
- La fonction f est dite *décroissante* sur l'intervalle I lorsque,

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- La fonction f est dite *croissante* sur l'intervalle I lorsque,
  si x augmente dans I, alors $f(x)$ augmente.
- La fonction f est dite *décroissante* sur l'intervalle I lorsque,
  si x augmente dans I, alors $f(x)$ diminue.

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

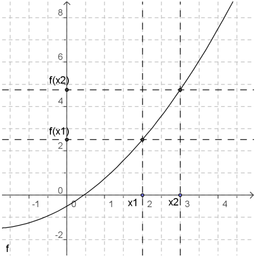
- La fonction f est dite *croissante* sur l'intervalle I lorsque,
  si x augmente dans I, alors $f(x)$ augmente.
- La fonction f est dite *décroissante* sur l'intervalle I lorsque,
  si x augmente dans I, alors $f(x)$ diminue.
- La fonction f est dite *monotone* sur l'intervalle I

Définition :

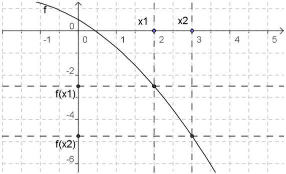
Soit f une fonction définie sur un intervalle I.

- La fonction f est dite *croissante* sur l'intervalle I lorsque,
  si x augmente dans I, alors $f(x)$ augmente.
- La fonction f est dite *décroissante* sur l'intervalle I lorsque,
  si x augmente dans I, alors $f(x)$ diminue.
- La fonction f est dite *monotone* sur l'intervalle I lorsqu'elle est croissante sur I,
  ou lorsqu'elle est décroissante sur I.

Fonction croissante



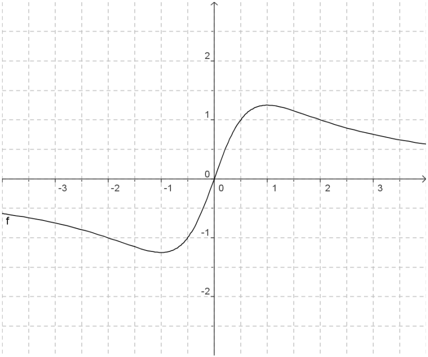
Fonction décroissante



Synthèse :

Pour résumer les variations d'une fonction f on utilise un *tableau de variations* dans lequel apparaissent les intervalles sur lesquels la fonction est monotone.

Exemple :
On considère la fonction f suivante définie sur $[-4; 4]$ dont la représentation graphique est la suivante :



La fonction semble, d'après la représentation graphique, admettre le tableau de variation suivant :

La fonction semble, d'après la représentation graphique, admettre le tableau de variation suivant :

x	-4	-1	1	4
$f(x)$	-0,6		1,25	
		$-1,25$		0,6

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit x_0 un réel de l'intervalle I.

- La fonction f admet un *maximum* M en x_0 sur l'intervalle I lorsque

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit x_0 un réel de l'intervalle I.

- La fonction f admet un *maximum* M en x_0 sur l'intervalle I lorsque
  - $M = f(x_0)$;

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit x_0 un réel de l'intervalle I.

- La fonction f admet un *maximum* M en x_0 sur l'intervalle I lorsque
  - $M = f(x_0)$;
  - et pour tout nombre x de I, $f(x) \leq M$.

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit x_0 un réel de l'intervalle I.

- La fonction f admet un *maximum* M en x_0 sur l'intervalle I lorsque
  - $M = f(x_0)$;
  - et pour tout nombre x de I, $f(x) \leq M$.
- La fonction f admet un *minimum* m en x_0 sur l'intervalle I lorsque

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit x_0 un réel de l'intervalle I.

- La fonction f admet un *maximum* M en x_0 sur l'intervalle I lorsque
  - $M = f(x_0)$;
  - et pour tout nombre x de I, $f(x) \leq M$.
- La fonction f admet un *minimum* m en x_0 sur l'intervalle I lorsque
  - $m = f(x_0)$;

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit x_0 un réel de l'intervalle I.

- La fonction f admet un *maximum* M en x_0 sur l'intervalle I lorsque
  - $M = f(x_0)$;
  - et pour tout nombre x de I, $f(x) \leq M$.
- La fonction f admet un *minimum* m en x_0 sur l'intervalle I lorsque
  - $m = f(x_0)$;
  - et pour tout nombre x de I, $f(x) \geq m$.

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit x_0 un réel de l'intervalle I.

- La fonction f admet un *maximum* M en x_0 sur l'intervalle I lorsque
  - $M = f(x_0)$;
  - et pour tout nombre x de I, $f(x) \leq M$.
- La fonction f admet un *minimum* m en x_0 sur l'intervalle I lorsque
  - $m = f(x_0)$;
  - et pour tout nombre x de I, $f(x) \geq m$.
- On dit que la fonction f admet un *extremum* sur I si

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. Soit x_0 un réel de l'intervalle I.

- La fonction f admet un *maximum* M en x_0 sur l'intervalle I lorsque
  - $M = f(x_0)$;
  - et pour tout nombre x de I, $f(x) \leq M$.
- La fonction f admet un *minimum* m en x_0 sur l'intervalle I lorsque
  - $m = f(x_0)$;
  - et pour tout nombre x de I, $f(x) \geq m$.
- On dit que la fonction f admet un *extremum* sur I si elle admet un maximum ou un minimum sur I.

Plan

Définitions :

Soient a et b deux nombres réels avec a inférieur strictement à b.

Définitions :

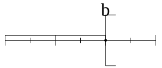
Soient a et b deux nombres réels avec a inférieur strictement à b.

- $[a; +\infty[$ est l'ensemble des réels x tels que $x \geq a$.

Définitions :

Soient a et b deux nombres réels avec a inférieur strictement à b.

- $[a; +\infty[$ est l'ensemble des réels x tels que $x \geq a$.
- $]-\infty; a[$ est l'ensemble des réels x tels que $x < a$.

$]-\infty; b[$	

Définition :

Soient I et J deux intervalles.

- *L'intersection* de I et J notée $I \cap J$ est l'ensemble des nombres appartenant à la fois à I *et* à J.

Définition :

Soient I et J deux intervalles.

- *L'intersection* de I et J notée $I \cap J$ est l'ensemble des nombres appartenant à la fois à I *et* à J.
- *La réunion* de I et J notée $I \cup J$ est l'ensemble des nombres appartenant à I *ou bien* à J *ou* aux deux intervalles.

Définition :

Soient I et J deux intervalles.

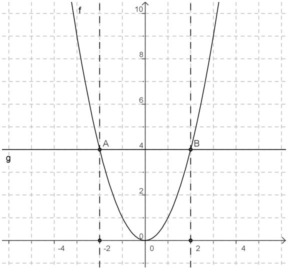
- *L'intersection* de I et J notée $I \cap J$ est l'ensemble des nombres appartenant à la fois à I *et* à J.
- *La réunion* de I et J notée $I \cup J$ est l'ensemble des nombres appartenant à I *ou bien* à J *ou* aux deux intervalles.
- Lorsque les intervalles I et J n'ont aucun réel commun, leur intersection est *l'ensemble vide* noté $\emptyset$. On dit aussi que les intervalles sont *disjoints*.

Plan

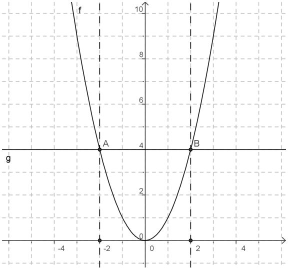
Propriété :

Soit k un nombre réel, f une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère. Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq k$ (respectivement $f(x) \geq k$) sont les abscisses des points de la courbe situés en dessous (respectivement au dessus) de la droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point de coordonnées $(0; k)$.

Exemple :
Sur la figure ci-contre, est représentée la fonction f définie par $f(x) = x^2$.



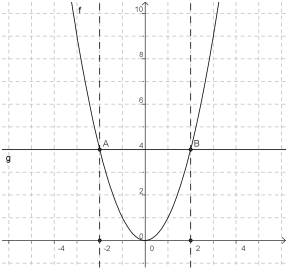
Exemple :
Sur la figure ci-contre, est représentée la fonction f définie par $f(x) = x^2$.



L'inéquation $f(x) \leq 4$ a pour ensemble solution $[-2; 2]$.

Exemple :

Sur la figure ci-contre, est représentée la fonction f définie par $f(x) = x^2$.

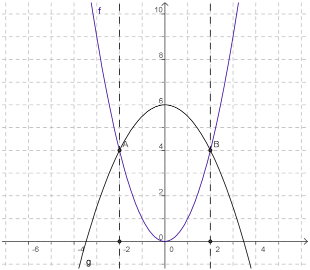


L'inéquation $f(x) \leq 4$ a pour ensemble solution $[-2; 2]$.
L'inéquation $f(x) \geq 4$ a pour ensemble solution $]-\infty; -2] \cup [2; +\infty[$.

Propriété :

Soient f et g deux fonctions et $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ leur représentation graphique dans un repère. Les solutions de l'inéquation $f(x) \leq g(x)$ sont les abscisses des points de la courbe $\mathcal{C}_f$ situés en dessous des points de $\mathcal{C}_g$ de même abscisse.

Exemple :
Les courbes ci-contre sont les représentations graphiques des fonctions f et g définies par $f(x) = x^2$ et $g(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 6$.



L'ensemble des solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$ est l'ensemble $]-2;2[$.

Plan

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On dit que f est :

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On dit que f est :

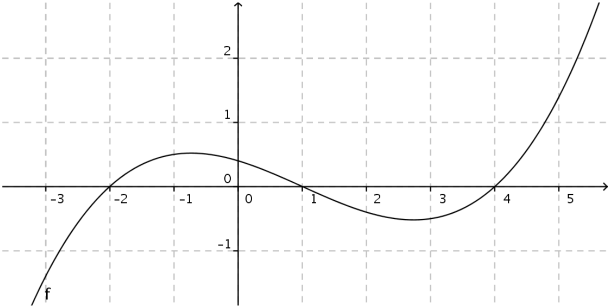
- *positive* sur I si pour tout réel x de I, $f(x) \geq 0$;

Définition :

Soit f une fonction définie sur un intervalle I. On dit que f est :

- *positive* sur I si pour tout réel x de I, $f(x) \geq 0$;
- *négative* sur I si pour tout réel x de I, $f(x) \leq 0$.

Exemple :



Suite de l'exemple :
Pour visualiser le signe d'une fonction, on utilise un *tableau de signes* :

Suite de l'exemple :
Pour visualiser le signe d'une fonction, on utilise un *tableau de signes* :

x	$-\infty$	-2	1	4	$+\infty$
$f(x)$					

Suite de l'exemple :
Pour visualiser le signe d'une fonction, on utilise un *tableau de signes* :

x	$-\infty$		-2		1		4		$+\infty$
$f(x)$		-	0	+	0	-	0	+	