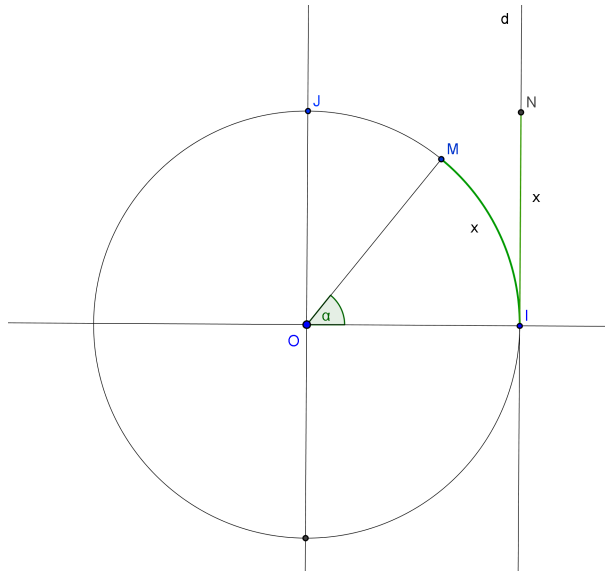


Trigonométrie, classe de seconde

1 Cercle trigonométrique



Définition :

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère orthonormal du plan. On appelle *cercle trigonométrique* tout cercle dont le rayon est égal à l'unité de longueur et de centre l'origine O du repère. Le sens de parcours du cercle trigonométrique appelé *sens direct* est le sens inverse des aiguilles d'une montre

Définition :

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$, on considère le cercle trigonométrique de centre O et la droite \mathcal{D} tangente en I à la droite (OI). On considère sur cette droite un repère $(I; \vec{IK})$ tel que $IK = 1$.
 À tout nombre réel x on fait correspondre le point N d'abscisse x dans le repère $(I; \vec{IK})$ de \mathcal{D} . Par enroulement de la droite \mathcal{D} autour du cercle \mathcal{C} , on obtient un point M unique du cercle trigonométrique tel que la distance à zéro de x soit égale à la longueur de l'arc IM .

Exemple :

$x = \frac{\pi}{2}$ donne le point M tel que $\widehat{IOM} = 90^\circ$. $x = \frac{\pi}{3}$ donne le point M tel que $\widehat{IOM} = 60^\circ$.

Remarque :

x et y sont deux réels donnant le même point M sur le cercle trigonométrique si et seulement si $y = x + 2k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

2 Cosinus et sinus d'un nombre réel

2.1 Définitions

Dans un repère orthonormal $(O; \vec{OI}; \vec{OJ})$, on considère le cercle trigonométrique de centre O et la droite \mathcal{D} tangente en I à la droite (OI) .

À tout nombre réel x on fait correspondre le point N d'abscisse x dans un repère $(I; \vec{IK})$ de \mathcal{D} . Par enroulement de la droite \mathcal{D} autour du cercle \mathcal{C} , on obtient un point M unique du cercle trigonométrique tel que la distance à zéro de x soit égale à la longueur de l'arc IM .

Définition :

Soit un cercle trigonométrique dans un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormal. On considère un nombre réel x .

- on appelle *cosinus* de x et on note $\cos x$, l'abscisse du point M associé à x par le procédé décrit précédemment.
- On appelle *sinus* de x et on note $\sin x$, l'ordonnée du point M associé à x par le procédé décrit.

Remarque :

Soit x un réel et M le point qui lui est associé sur le cercle trigonométrique. Alors $\cos(x) = \cos(\widehat{IOM})$ et $\sin(x) = \sin(\widehat{IOM})$.

2.2 Propriétés

Valeurs remarquables :

Angle en degrés	réel associé	cosinus	sinus
0	0	1	0
30	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$
45	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$
60	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
90	$\frac{\pi}{2}$	0	1
180	π	-1	0

Propriétés :

Pour tout nombre x ,

- $(\cos(x))^2 + (\sin(x))^2 = 1$;
- $-1 \leq \cos(x) \leq 1$ et $-1 \leq \sin(x) \leq 1$;
- $\cos(-x) = \cos(x)$ et $\sin(-x) = -\sin(x)$;
- $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$ et $\sin(x + 2\pi) = \sin(x)$.