Repérage dans le plan

Repérage dans le plan, classe de seconde

F.Gaudon

http://mathsfg.net.free.fr

10 septembre 2014

Définition :

- On appelle ensemble des *nombres entiers naturels*

Définition :

- On appelle ensemble des *nombres entiers naturels* et on note $\mathbb{N}$,

Définition :

- On appelle ensemble des *nombres entiers naturels* et on note $\mathbb{N}$, l'ensemble des nombres 0, 1, 2, ..., 10, 11,... 123,... .
- On appelle ensemble des *nombres entiers relatifs*

Définition :

- On appelle ensemble des *nombres entiers naturels* et on note $\mathbb{N}$, l'ensemble des nombres 0, 1, 2, ..., 10, 11,... 123,... .
- On appelle ensemble des *nombres entiers relatifs* et on note $\mathbb{Z}$,

Définition :

- On appelle ensemble des *nombres entiers naturels* et on note $\mathbb{N}$, l'ensemble des nombres 0, 1, 2, ..., 10, 11,... 123,... .
- On appelle ensemble des *nombres entiers relatifs* et on note $\mathbb{Z}$, l'ensemble des nombres ...,-87, .., -3,-2,-1,0,1,2, ...,15,... .
- On appelle ensemble des *nombres réels*

Définition :

- On appelle ensemble des *nombres entiers naturels* et on note $\mathbb{N}$, l'ensemble des nombres 0, 1, 2, ..., 10, 11,... 123,... .
- On appelle ensemble des *nombres entiers relatifs* et on note $\mathbb{Z}$, l'ensemble des nombres ...,-87, .., -3,-2,-1,0,1,2, ...,15,... .
- On appelle ensemble des *nombres réels* et on $\mathbb{R}$

Définition :

- On appelle ensemble des *nombres entiers naturels* et on note $\mathbb{N}$, l'ensemble des nombres 0, 1, 2, ..., 10, 11,... 123,... .
- On appelle ensemble des *nombres entiers relatifs* et on note $\mathbb{Z}$, l'ensemble des nombres ...,-87, .., -3,-2,-1,0,1,2, ...,15,... .
- On appelle ensemble des *nombres réels* et on $\mathbb{R}$ l'ensemble des abscisses des points d'une droite graduée.

Définition :

Un *repère* du plan est défini par

Définition :

Un *repère* du plan est défini par la donnée de trois points non alignés O, I et J formant un triangle.

Définition :

Un *repère* du plan est défini par la donnée de trois points non alignés O, I et J formant un triangle. On note alors $(O; I; J)$ le repère ainsi défini.
Un repère est dit :

Définition :

Un *repère* du plan est défini par la donnée de trois points non alignés O, I et J formant un triangle. On note alors $(O; I; J)$ le repère ainsi défini.
Un repère est dit :

- *orthogonal* si

Définition :

Un *repère* du plan est défini par la donnée de trois points non alignés O, I et J formant un triangle. On note alors $(O; I; J)$ le repère ainsi défini.
Un repère est dit :

- *orthogonal* si OIJ est un triangle rectangle en O ;

Définition :

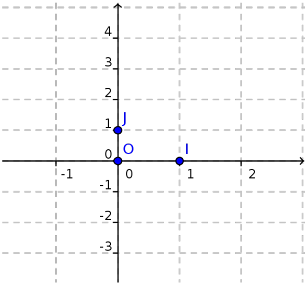
Un *repère* du plan est défini par la donnée de trois points non alignés O, I et J formant un triangle. On note alors $(O; I; J)$ le repère ainsi défini.
Un repère est dit :

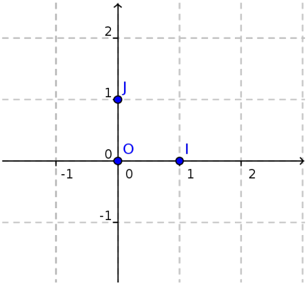
- *orthogonal* si OIJ est un triangle rectangle en O ;
- *orthonormal* si

Définition :

Un *repère* du plan est défini par la donnée de trois points non alignés O, I et J formant un triangle. On note alors $(O; I; J)$ le repère ainsi défini.
Un repère est dit :

- *orthogonal* si OIJ est un triangle rectangle en O ;
- *orthonormal* si OIJ un triangle rectangle isocèle de sommet principal O.


4
3
2
1
J
0
O
I
-1
0
1
2
-1
-2
-3


2
1
J
0
O
I
-1
0
1
2
-1

Définition et propriété :

À tout point M du plan, on associe un unique couple $(x; y)$ de nombres réels appelé

Définition et propriété :

À tout point M du plan, on associe un unique couple $(x; y)$ de nombres réels appelé *couple de coordonnées* du point M dans le repère $(O; I; J)$.

Définition et propriété :

À tout point M du plan, on associe un unique couple $(x; y)$ de nombres réels appelé *couple de coordonnées* du point M dans le repère $(O; I; J)$.

- x est appelé

Définition et propriété :

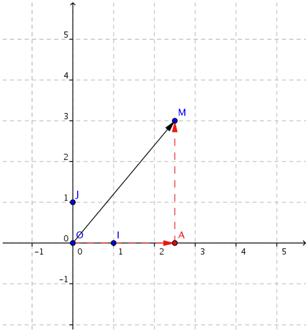
À tout point M du plan, on associe un unique couple $(x; y)$ de nombres réels appelé *couple de coordonnées* du point M dans le repère $(O; I; J)$.

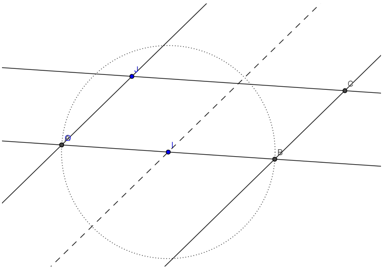
- x est appelé *abscisse* du point M ;
- y est appelé

Définition et propriété :

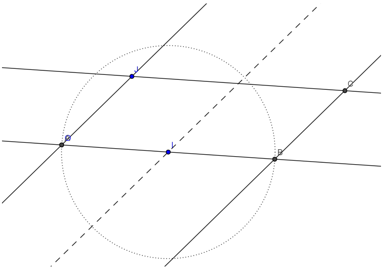
À tout point M du plan, on associe un unique couple $(x; y)$ de nombres réels appelé *couple de coordonnées* du point M dans le repère $(O; I; J)$.

- x est appelé *abscisse* du point M ;
- y est appelé *ordonnée* du point M.

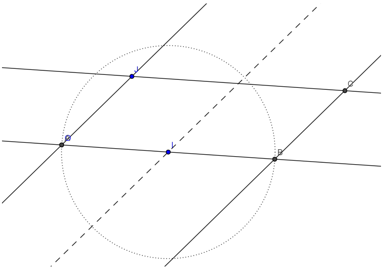

M
J
O
I
A
5
4
3
2
1
0
-1
-1
0
1
2
3
4
5



Repère $(O; I; J)$ quelconque.



Repère $(O; I; J)$ quelconque. Le point C a pour coordonnées



Repère $(O; I; J)$ quelconque. Le point C a pour coordonnées (2 ;1).

Plan

Propriété :

On considère deux points A et B de coordonnées $({}_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ dans un repère $(O; I; J)$ orthonormal. Alors la distance AB est donnée par :

Propriété :

On considère deux points A et B de coordonnées $({}_A ; y_A)$ et $(x_B ; y_B)$ dans un repère $(O; I; J)$ orthonormal. Alors la distance AB est donnée par :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

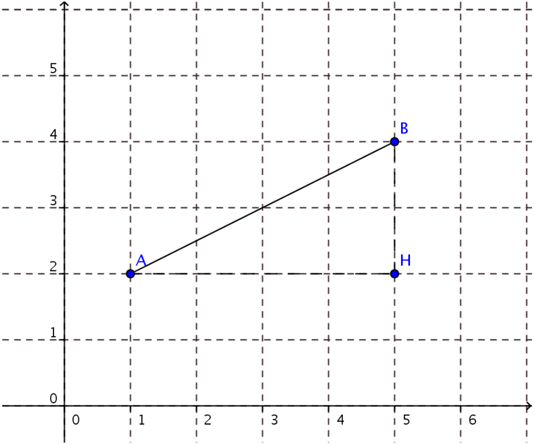
Propriété :

On considère deux points A et B de coordonnées $(_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ dans un repère $(O; I; J)$ orthonormal. Alors la distance AB est donnée par :

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$$

ce qui s'écrit aussi :

$$AB = \sqrt{(y_B - y_A)^2 + (x_B - x_A)^2}$$


B
A
H
5
4
3
2
1
0
0
1
2
3
4
5
6

Preuve :
On supposera afin d'alléger les écritures que $x_A < x_B$ et $y_A < y_B$, les autres cas se démontrant de la même manière.
Soit H le point de coordonnées $(x_B; y_A)$. Le repère est orthonormal donc les droites (AH) et (BH) sont perpendiculaires en H et l'unité est la même sur les deux axes.
La distance AH vaut $x_B - x_A$ et la distance BH est $y_B - y_A$.
Dans le triangle ABH rectangle en H, le théorème de PYTHAGORE permet donc d'écrire que $AB^2 = AH^2 + BH^2$ c'est à dire $AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$ d'où la formule.

Exemple :

Soient $A(8;-2)$ et $B(-2;4)$. Alors :

Exemple :
Soient $A(8;-2)$ et $B(-2;4)$. Alors :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

donc

Exemple :
Soient $A(8;-2)$ et $B(-2;4)$. Alors :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

donc

$$AB^2 = (-2-8)^2 + (4-(-2))^2$$

et

Exemple :
Soient $A(8;-2)$ et $B(-2;4)$. Alors :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

donc

$$AB^2 = (-2-8)^2 + (4-(-2))^2$$

et

$$AB^2 = (-10)^2 + 6^2$$

d'où

Exemple :
Soient $A(8;-2)$ et $B(-2;4)$. Alors :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

donc

$$AB^2 = (-2-8)^2 + (4-(-2))^2$$

et

$$AB^2 = (-10)^2 + 6^2$$

d'où

$$AB^2 = 136$$

et

Exemple :
Soient $A(8;-2)$ et $B(-2;4)$. Alors :

$$AB^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$$

donc

$$AB^2 = (-2-8)^2 + (4-(-2))^2$$

et

$$AB^2 = (-10)^2 + 6^2$$

d'où

$$AB^2 = 136$$

et

$$AB = 2\sqrt{34}$$

Plan

Propriété :

Soient A et B deux points de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ d'un repère $(O; I; J)$. Alors le *milieu* K du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

Propriété :

Soient A et B deux points de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ d'un repère $(O; I; J)$. Alors le *milieu* K du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$$

et

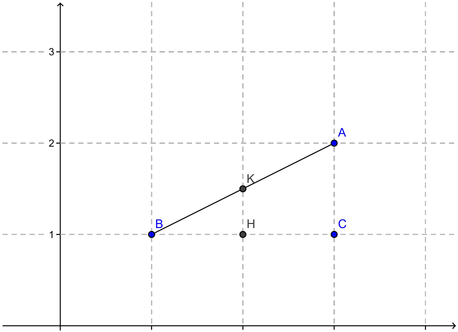
Propriété :

Soient A et B deux points de coordonnées respectives $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ d'un repère $(O; I; J)$. Alors le *milieu* K du segment $[AB]$ a pour coordonnées :

$$x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$$

et

$$y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$$


3
2
1
A
K
B
H
C

Exemple 1 :
Soient $A(5;7)$, $B(-3;2)$ et K le milieu de $[AB]$. Alors :

Exemple 1 :
Soient $A(5;7)$, $B(-3;2)$ et K le milieu de $[AB]$. Alors :
$x_K =$

Exemple 1 :

Soient $A(5;7)$, $B(-3;2)$ et K le milieu de $[AB]$. Alors :

$x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$

Exemple 1 :

Soient $A(5;7)$, $B(-3;2)$ et K le milieu de $[AB]$. Alors :

$x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$

et

$y_K =$

Exemple 1 :
Soient $A(5;7)$, $B(-3;2)$ et K le milieu de $[AB]$. Alors :
$x_K = \frac{x_A+x_B}{2}$
et
$y_K = \frac{y_A+y_B}{2}$

Exemple 1 :

Soient $A(5;7)$, $B(-3;2)$ et K le milieu de $[AB]$. Alors :

$x_K = \frac{x_A+x_B}{2}$

et

$y_K = \frac{y_A+y_B}{2}$

c'est à dire

Exemple 1 :
Soient $A(5;7)$, $B(-3;2)$ et K le milieu de $[AB]$. Alors :
$x_K = \frac{x_A+x_B}{2}$
et
$y_K = \frac{y_A+y_B}{2}$
c'est à dire
$x_K = \frac{5+(-3)}{2}$

Exemple 1 :
Soient $A(5;7)$, $B(-3;2)$ et K le milieu de $[AB]$. Alors :
$x_K = \frac{x_A+x_B}{2}$
et
$y_K = \frac{y_A+y_B}{2}$
c’est à dire
$x_K = \frac{5+(-3)}{2} = \frac{2}{2} = 1$
et

Exemple 1 :

Soient $A(5;7)$, $B(-3;2)$ et K le milieu de $[AB]$. Alors :

$x_K = \frac{x_A+x_B}{2}$

et

$y_K = \frac{y_A+y_B}{2}$

c'est à dire

$x_K = \frac{5+(-3)}{2} = \frac{2}{2} = 1$

et

$y_K = \frac{7+2}{2}$

Exemple 1 :

Soient $A(5;7)$, $B(-3;2)$ et K le milieu de $[AB]$. Alors :

$x_K = \frac{x_A+x_B}{2}$

et

$y_K = \frac{y_A+y_B}{2}$

c'est à dire

$x_K = \frac{5+(-3)}{2} = \frac{2}{2} = 1$

et

$y_K = \frac{7+2}{2} = \frac{9}{2}$

donc K

Exemple 1 :
Soient $A(5;7)$, $B(-3;2)$ et K le milieu de $[AB]$. Alors :
$x_K = \frac{x_A + x_B}{2}$
et
$y_K = \frac{y_A + y_B}{2}$
c'est à dire
$x_K = \frac{5+(-3)}{2} = \frac{2}{2} = 1$
et
$y_K = \frac{7+2}{2} = \frac{9}{2}$
donc $K(1; \frac{9}{2})$

Exemple 2 :

Soient $A(2;-1)$, $K(4;2)$ et $B(x;y)$ le point tel que K est le milieu de $[AB]$. Alors :

Exemple 2 :

Soient $A(2;-1)$, $K(4;2)$ et $B(x;y)$ le point tel que K est le milieu de $[AB]$. Alors :

$4=\frac{2+x}{2}$ et

Exemple 2 :

Soient $A(2;-1)$, $K(4;2)$ et $B(x;y)$ le point tel que K est le milieu de $[AB]$. Alors :

$4=\frac{2+x}{2}$ et $2=\frac{-1+y}{2}$

Exemple 2 :

Soient $A(2;-1)$, $K(4;2)$ et $B(x;y)$ le point tel que K est le milieu de $[AB]$. Alors :

$4=\frac{2+x}{2}$ et $2=\frac{-1+y}{2}$

donc $2+x=8$ et $-1+y=4$

Exemple 2 :

Soient $A(2;-1)$, $K(4;2)$ et $B(x;y)$ le point tel que K est le milieu de $[AB]$. Alors :

$4=\frac{2+x}{2}$ et $2=\frac{-1+y}{2}$

donc $2+x=8$ et $-1+y=4$

d'où $x=6$ et $y=4+1$

Exemple 2 :

Soient $A(2;-1)$, $K(4;2)$ et $B(x;y)$ le point tel que K est le milieu de $[AB]$. Alors :

$4=\frac{2+x}{2}$ et $2=\frac{-1+y}{2}$

donc $2+x=8$ et $-1+y=4$

d'où $x=6$ et $y=4+1$ c'est à dire $B(6;5)$.