Étude de signes et inéquations, classe de 2nde

Études de signes et inéquations, classe de 2nde

F. Gaudon

http://mathsfg.net.free.fr

9 avril 2012

1. Étude du signe des fonctions affines

2. Études de signes de produits et de quotients
   - Exemple d'étude de signe d'un produit
   - Exemple d'étude de signe d'un quotient

3. Résolution d'inéquations
   - Exemple de résolution d'inéquations
   - Synthèse sur les inéquations

Synthèse :

Si $a > 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax+b$			

Synthèse :

Si $a > 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
signe de $ax + b$		-	0	+	

Si $a < 0$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
signe de $ax + b$			

Si $a < 0$

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
signe de $ax + b$		+	0	-	

Plan

1. Étude du signe des fonctions affines
2. Études de signes de produits et de quotients
   - Exemple d'étude de signe d'un produit
   - Exemple d'étude de signe d'un quotient
3. Résolution d'inéquations
   - Exemple de résolution d'inéquations
   - Synthèse sur les inéquations

On considère le produit

$$(x-3)(1-x)$$

On considère le produit

$$(x-3)(1-x)$$

- $x-3=0$ pour $x=3$ et $1-x=0$ pour $x=1$.

On considère le produit

$$(x-3)(1-x)$$

- $x-3=0$ pour $x=3$ et $1-x=0$ pour $x=1$.
- On fait apparaître dans un *tableau de signes*, les signes de $x-3$ et de $1-x$, puis on utilise la règle des signes.

On considère le produit

$$(x-3)(1-x)$$

- $x-3=0$ pour $x=3$ et $1-x=0$ pour $x=1$.
- On fait apparaître dans un *tableau de signes*, les signes de $x-3$ et de $1-x$, puis on utilise la règle des signes.

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
$x-3$				

On considère le produit

$$(x-3)(1-x)$$

- $x - 3 = 0$ pour $x = 3$ et $1 - x = 0$ pour $x = 1$.
- On fait apparaître dans un *tableau de signes*, les signes de $x-3$ et de $1-x$, puis on utilise la règle des signes.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$x-3$		-		-	0	+	
$1-x$							

On considère le produit

$$(x-3)(1-x)$$

- $x-3=0$ pour $x=3$ et $1-x=0$ pour $x=1$.
- On fait apparaître dans un *tableau de signes*, les signes de $x-3$ et de $1-x$, puis on utilise la règle des signes.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$x-3$		-		-	0	+	
$1-x$		+	0	-		-	
$(x-3)(1-x)$							

On considère le produit

$$(x-3)(1-x)$$

- $x-3=0$ pour $x=3$ et $1-x=0$ pour $x=1$.
- On fait apparaître dans un *tableau de signes*, les signes de $x-3$ et de $1-x$, puis on utilise la règle des signes.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$x-3$		-		-	0	+	
$1-x$		+	0	-		-	
$(x-3)(1-x)$		-		+		-	

Plan

1. Étude du signe des fonctions affines
2. Études de signes de produits et de quotients
   - Exemple d'étude de signe d'un produit
   - Exemple d'étude de signe d'un quotient
3. Résolution d'inéquations
   - Exemple de résolution d'inéquations
   - Synthèse sur les inéquations

On considère le quotient

$$\frac{3-2x}{x+1}$$

On considère le quotient

$$\frac{3-2x}{x+1}$$

- On détermine les *valeurs interdites* :

On considère le quotient

$$\frac{3-2x}{x+1}$$

- On détermine les *valeurs interdites* :
  Ici, on doit avoir $x+1 \neq 0$ c'est à dire $x \neq -1$.

On considère le quotient

$$\frac{3-2x}{x+1}$$

- On détermine les *valeurs interdites* :
  Ici, on doit avoir $x+1 \neq 0$ c'est à dire $x \neq -1$.
- On procède de même que pour l'étude de signe d'un produit.

On considère le quotient

$$\frac{3-2x}{x+1}$$

- On détermine les *valeurs interdites* :
  Ici, on doit avoir $x+1 \neq 0$ c'est à dire $x \neq -1$.
- On procède de même que pour l'étude de signe d'un produit.
  $3-2x=0$ pour $x=\frac{3}{2}$ et $x+1=0$ pour $x=-1$.

On considère le quotient

$$\frac{3-2x}{x+1}$$

- On détermine les *valeurs interdites* :
  Ici, on doit avoir $x+1 \neq 0$ c'est à dire $x \neq -1$.
- On procède de même que pour l'étude de signe d'un produit.
  $3-2x=0$ pour $x=\frac{3}{2}$ et $x+1=0$ pour $x=-1$.

x	$-\infty$	-1	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$3-2x$				

On considère le quotient

$$\frac{3-2x}{x+1}$$

- On détermine les *valeurs interdites* :
  Ici, on doit avoir $x+1 \neq 0$ c'est à dire $x \neq -1$.
- On procède de même que pour l'étude de signe d'un produit.
  $3-2x=0$ pour $x=\frac{3}{2}$ et $x+1=0$ pour $x=-1$.

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$3-2x$		+		+	0	-	
$x+1$							

On considère le quotient

$$\frac{3-2x}{x+1}$$

- On détermine les *valeurs interdites* :
  Ici, on doit avoir $x+1 \neq 0$ c'est à dire $x \neq -1$.
- On procède de même que pour l'étude de signe d'un produit.
  $3-2x=0$ pour $x=\frac{3}{2}$ et $x+1=0$ pour $x=-1$.

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$3-2x$		+		+	0	-	
$x+1$		-	0	+		+	
$\frac{3-2x}{x+1}$							

On considère le quotient

$$\frac{3-2x}{x+1}$$

- On détermine les *valeurs interdites* :
  Ici, on doit avoir $x+1 \neq 0$ c'est à dire $x \neq -1$.
- On procède de même que pour l'étude de signe d'un produit.
  $3-2x=0$ pour $x=\frac{3}{2}$ et $x+1=0$ pour $x=-1$.

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$3-2x$		+		+	0	-	
$x+1$		-	0	+		+	
$\frac{3-2x}{x+1}$		-	‖	+	0	-	

On considère le quotient

$$\frac{3-2x}{x+1}$$

- On détermine les *valeurs interdites* :
  Ici, on doit avoir $x+1 \neq 0$ c'est à dire $x \neq -1$.
- On procède de même que pour l'étude de signe d'un produit.
  $3-2x=0$ pour $x=\frac{3}{2}$ et $x+1=0$ pour $x=-1$.

x	$-\infty$		-1		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$3-2x$		+		+	0	-	
$x+1$		-	0	+		+	
$\frac{3-2x}{x+1}$		-	$\|$	+	0	-	

Plan

1 Étude du signe des fonctions affines

2 Études de signes de produits et de quotients
- Exemple d'étude de signe d'un produit
- Exemple d'étude de signe d'un quotient

3 Résolution d'inéquations
- Exemple de résolution d'inéquations
- Synthèse sur les inéquations

On considère l’inéquation

$$\frac{3x+1}{x-2} \leq 5$$

On considère l’inéquation

$$\frac{3x+1}{x-2} \leq 5$$

- On détermine les valeurs interdites :

On considère l'inéquation

$$\frac{3x+1}{x-2} \leq 5$$

- On détermine les valeurs interdites :
  $x - 2 = 0$ donne $x = 2$.

On considère l'inéquation

$$\frac{3x+1}{x-2} \leq 5$$

- On détermine les valeurs interdites :
  $x - 2 = 0$ donne $x = 2$.
- On écrit l'inéquation sous la forme d'une inéquation quotient nul :

On considère l’inéquation

$$\frac{3x+1}{x-2} \leq 5$$

- On détermine les valeurs interdites :
  $x-2=0$ donne $x=2$.
- On écrit l’inéquation sous la forme d’une inéquation quotient nul :

$$\frac{3x+1}{x-2} - 5 \leq 0$$

On considère l'inéquation

$$\frac{3x+1}{x-2} \leq 5$$

- On détermine les valeurs interdites :
  $x - 2 = 0$ donne $x = 2$.
- On écrit l'inéquation sous la forme d'une inéquation quotient nul :

$$\frac{3x+1}{x-2} - 5 \leq 0$$

$$\frac{3x+1-5(x-2)}{x-2} \leq 0$$

On considère l'inéquation

$$\frac{3x+1}{x-2} \leq 5$$

- On détermine les valeurs interdites :
  $x - 2 = 0$ donne $x = 2$.
- On écrit l'inéquation sous la forme d'une inéquation quotient nul :

$$\frac{3x+1}{x-2} - 5 \leq 0$$

$$\frac{3x+1-5(x-2)}{x-2} \leq 0$$

$$\frac{3x+1-5x+10}{x-2} \leq 0$$

On considère l'inéquation

$$\frac{3x+1}{x-2} \leq 5$$

- On détermine les valeurs interdites : $x-2=0$ donne $x=2$.
- On écrit l'inéquation sous la forme d'une inéquation quotient nul :

$$\frac{3x+1}{x-2} - 5 \leq 0$$

$$\frac{3x+1-5(x-2)}{x-2} \leq 0$$

$$\frac{3x+1-5x+10}{x-2} \leq 0$$

$$\frac{-2x+11}{x-2} \leq 0$$

- On étudie le signe du quotient obtenu :

- On étudie le signe du quotient obtenu :
  $-2x + 11 = 0$ pour $x = \frac{11}{2}$

- On étudie le signe du quotient obtenu :
  $-2x + 11 = 0$ pour $x = \frac{11}{2}$

x	$-\infty$	2	$5{,}5$	$+\infty$
$-2x + 11$				

- On étudie le signe du quotient obtenu :
  $-2x+11=0$ pour $x=\frac{11}{2}$

x	$-\infty$		2		$5{,}5$		$+\infty$
$-2x+11$		$+$		$+$	0	-	
$x-2$							

- On étudie le signe du quotient obtenu :
  $-2x+11=0$ pour $x=\frac{11}{2}$

x	$-\infty$		2		$5{,}5$		$+\infty$
$-2x+11$		+		+	0	-	
$x-2$		-	0	+		+	
$\frac{-2x+11}{x-2}$							

- On étudie le signe du quotient obtenu :
  $-2x+11=0$ pour $x=\frac{11}{2}$

x	$-\infty$		2		$5{,}5$		$+\infty$
$-2x+11$		+		+	0	-	
$x-2$		-	0	+		+	
$\frac{-2x+11}{x-2}$		-	$\Vert$	+	0	-	

- On étudie le signe du quotient obtenu :
  $-2x+11=0$ pour $x=\frac{11}{2}$

x	$-\infty$		2		5,5		$+\infty$
$-2x+11$		+		+	0	-	
$x-2$		-	0	+		+	
$\frac{-2x+11}{x-2}$		-	$\|$	+	0	-	

- On détermine à partir du tableau les valeurs de x solutions de l'inéquation :

- On étudie le signe du quotient obtenu :
$-2x+11=0$ pour $x=\frac{11}{2}$

x	$-\infty$		2		5,5		$+\infty$
$-2x+11$		+		+	0	-	
$x-2$		-	0	+		+	
$\frac{-2x+11}{x-2}$		-	$\|\|$	+	0	-	

- On détermine à partir du tableau les valeurs de x solutions de l'inéquation :

$$S=[-\infty;2[\cup[5,5;+\infty[$$

Plan

1 Étude du signe des fonctions affines

2 Études de signes de produits et de quotients
- Exemple d'étude de signe d'un produit
- Exemple d'étude de signe d'un quotient

3 Résolution d'inéquations
- Exemple de résolution d'inéquations
- Synthèse sur les inéquations

Démarche de résolution :
Pour résoudre une inéquation donnée, on utilise des développements, des factorisations ou des transpositions d'un membre à l'autre pour se ramener à :

Démarche de résolution :
Pour résoudre une inéquation donnée, on utilise des développements, des factorisations ou des transpositions d'un membre à l'autre pour se ramener à :

- Une inéquation du premier degré ;

Démarche de résolution :
Pour résoudre une inéquation donnée, on utilise des développements, des factorisations ou des transpositions d'un membre à l'autre pour se ramener à :

- Une inéquation du premier degré ;
- une inéquation produit nul ;

Démarche de résolution :
Pour résoudre une inéquation donnée, on utilise des développements, des factorisations ou des transpositions d'un membre à l'autre pour se ramener à :

- Une inéquation du premier degré ;
- une inéquation produit nul ;
- ou une inéquation quotient nul.

Démarche de résolution :
Pour résoudre une inéquation donnée, on utilise des développements, des factorisations ou des transpositions d'un membre à l'autre pour se ramener à :

- Une inéquation du premier degré ;
- une inéquation produit nul ;
- ou une inéquation quotient nul.

Exemple :

$$(x+2)^2 \leq 9$$

Exemple :

$$(x+2)^2 \leq 9$$

$$(x+2)^2 - 9 \leq 0$$

Exemple :

$$(x+2)^2 \leq 9$$

$$(x+2)^2 - 9 \leq 0$$

$$(x+2)^2 - 3^2 \leq 0$$

Exemple :

$$(x+2)^2 \leq 9$$

$$(x+2)^2 - 9 \leq 0$$

$$(x+2)^2 - 3^2 \leq 0$$

$$(x+2-3)(x+2+3) \leq 0 \text{ d'après l'identité remarquable}$$

Exemple :

$$(x+2)^2 \leq 9$$

$$(x+2)^2 - 9 \leq 0$$

$$(x+2)^2 - 3^2 \leq 0$$

$$(x+2-3)(x+2+3) \leq 0 \text{ d'après l'identité remarquable}$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

Exemple :

$$(x+2)^2 \leq 9$$

$$(x+2)^2 - 9 \leq 0$$

$$(x+2)^2 - 3^2 \leq 0$$

$$(x+2-3)(x+2+3) \leq 0 \text{ d'après l'identité remarquable}$$

$$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$$

$$(x-1)(x+5) \leq 0$$

C’est une inéquation produit nul. On étudie donc le signe du produit $(x-1)(x+5)$:

C'est une inéquation produit nul. On étudie donc le signe du produit $(x-1)(x+5)$:
$x-1=0$ pour $x=1$ et $x+5=0$ pour $x=-5$.

C'est une inéquation produit nul. On étudie donc le signe du produit $(x-1)(x+5)$:
$x-1=0$ pour $x=1$ et $x+5=0$ pour $x=-5$.
On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$	-5	1	$+\infty$
$x-1$				

C'est une inéquation produit nul. On étudie donc le signe du produit $(x-1)(x+5)$:
$x-1=0$ pour $x=1$ et $x+5=0$ pour $x=-5$.
On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$x-1$		-		-	0	+	
$x+5$							

C'est une inéquation produit nul. On étudie donc le signe du produit $(x-1)(x+5)$:
$x-1=0$ pour $x=1$ et $x+5=0$ pour $x=-5$.
On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$x-1$		-		-	0	+	
$x+5$		-	0	+		+	
$(x-1)(x+5)$							

C'est une inéquation produit nul. On étudie donc le signe du produit $(x-1)(x+5)$:
$x-1=0$ pour $x=1$ et $x+5=0$ pour $x=-5$.
On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$x-1$		-		-	0	+	
$x+5$		-	0	+		+	
$(x-1)(x+5)$		+	0	-	0	+	

C'est une inéquation produit nul. On étudie donc le signe du produit $(x-1)(x+5)$:
$x-1=0$ pour $x=1$ et $x+5=0$ pour $x=-5$.
On obtient le tableau de signes suivant :

x	$-\infty$		-5		1		$+\infty$
$x-1$		-		-	0	+	
$x+5$		-	0	+		+	
$(x-1)(x+5)$		+	0	-	0	+	

L'ensemble des solutions est donc l'ensemble $[-5;1]$.