Généralités sur les fonctions, classe de 2nde

Généralités sur les fonctions, classe de 2nde

F. Gaudon

http://mathsfg.net.free.fr

2 avril 2012

1. Vocabulaire
2. Transformations d'écritures
3. Intervalles de nombres réels
4. Représentation graphique
   - Notion de représentation graphique
   - Application à la résolution graphique d'équations

1 Vocabulaire

2 Transformations d'écritures

3 Intervalles de nombres réels

4 Représentation graphique
- Notion de représentation graphique
- Application à la résolution graphique d'équations

Définition :

- Une *fonction* est un procédé qui permet d'associer à tout nombre x, élément d'un ensemble E « de départ » , un nombre unique noté $f(x)$.
- L'ensemble E est *l'ensemble de définition* de la fonction f.
- Le nombre $f(x)$ est appelé *l'image* du nombre x par la fonction f.
- Le nombre x est appelé *l'antécédent* du nombre $f(x)$.

Exemple :
Soit g la fonction définie par $g(x) = x^2 + 3x$.
On a :

$$g(-5) = (-5)^2 + 3 \times (-5)$$
$$g(-5) = 25 + (-15)$$
$$g(-5) = 10$$

-5 a donc pour image 10 par la fonction g ce qui signifie aussi que -5 est un antécédent de 10 par la fonction g.

Remarque :

Pour toute fonction f, un nombre x a une et une seule image par f. Par contre, tout nombre n'a pas d'antécédent par f ou peut en avoir plusieurs. Par exemple, si f est la fonction définie pour tout réel x par $f(x) = x^2$, 3 a pour unique image 9 par f mais 9 a deux antécédents qui sont -3 et 3 par f.

Exemple :
On peut utiliser un *tableau de valeurs* pour représenter des nombres et leurs images par une fonction. Par exemple pour la fonction g définie par $g(x) = x^2 + 3x$:

x	-2	-1	0	1,5	2
$g(x)$	-2	-2	0	6,75	10

1. Vocabulaire
2. Transformations d'écritures
3. Intervalles de nombres réels
4. Représentation graphique
   - Notion de représentation graphique
   - Application à la résolution graphique d'équations

Propriété :

Pour tous les nombres réels a, b et k :

$$k(a+b) = ka + kb$$

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

forme factorisée, produit *forme développée, somme*

Propriété :

Pour tous les nombres réels a et b on a les *identités remarquables* suivantes :

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$$

forme factorisée, produit *forme développée, somme*

1. Vocabulaire
2. Transformations d'écritures
3. Intervalles de nombres réels
4. Représentation graphique
   - Notion de représentation graphique
   - Application à la résolution graphique d'équations

Définition :

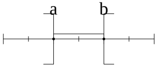
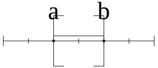
On appelle ensemble des nombres *réels*, noté $\mathbb{R}$, l'ensemble des abscisses des points de toute droite graduée (par exemple 1, -3, $\sqrt{2}$, π, etc.) ;

Définitions :

Soient a et b deux nombres réels avec a inférieur strictement à b.

- $[a; b]$ est l'ensemble des réels x tels que $a \leq x \leq b$. On l'appelle *intervalle fermé* d'extrémités a et b.
- $]a; b[$ est l'ensemble des réels x tels que $a < x < b$. On l'appelle *intervalle ouvert* d'extrémités a et b.
- $[a; b[$ est l'ensemble des réels x tels que $a \leq x < b$. Cet intervalle est dit *ouvert* en b et *fermé* en a.

Exemples de représentation sur une droite graduée :

$]a; b[$	
$[a; b]$	

Plan

1 Vocabulaire

2 Transformations d'écritures

3 Intervalles de nombres réels

4 Représentation graphique
- Notion de représentation graphique
- Application à la résolution graphique d'équations

1. Vocabulaire
2. Transformations d'écritures
3. Intervalles de nombres réels
4. Représentation graphique
   - Notion de représentation graphique
   - Application à la résolution graphique d'équations

Définition :

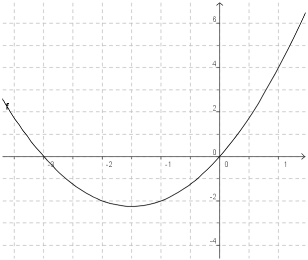
- Soit f une fonction définie sur un ensemble E de $\mathbb{R}$. On appelle *courbe représentative* ou *représentation graphique* de la fonction f l'ensemble des points M du plan de coordonnées $(x; f(x))$ dans un repère du plan avec x parcourant l'ensemble de définition E .
- Un point M de coordonnées $(x; y)$ appartient donc à la courbe si et seulement si ses coordonnées vérifient l'équation $y = f(x)$ appelée *équation de la courbe représentative* $\mathcal{C}_f$ de la fonction f.

Exemple :

Soit $\mathcal{C}$ la représentation graphique de la fonction g définie par $g(x) = x^2 + 3x$ sur l'intervalle $[-2; 3]$.

D'après le tableau de valeurs vu plus haut, les points M_1, M_2, M_3 de coordonnées respectives $(-2; -2)$, $(-1; -2)$, $(0; 0)$ sont des points de la courbe représentative de la fonction g

D'où la représentation graphique :



Propriété :

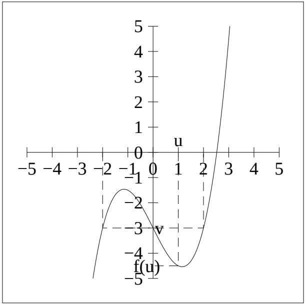
Soit $\mathcal{C}$ la courbe représentative d'une fonction f.

- L'image $f(x)$ d'un nombre x par f se lit sur l'axe des ordonnées : c'est l'ordonnée du point d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ avec la droite parallèle à l'axe des ordonnées passant par le point de coordonnées $(x; 0)$;
- les antécédents s'il y en a de tout nombre y par f se lisent sur l'axe des abscisses : ce sont les abscisses des points d'intersection de la courbe $\mathcal{C}$ avec la droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point de coordonnées $(0; y)$.

Exemple :

Sur la courbe ci-dessous représentant une fonction f,

- l'image de 1 est -4,5 ;
- -3 a trois antécédents qui sont -2, 0 et 2.



Plan

1 Vocabulaire

2 Transformations d’écritures

3 Intervalles de nombres réels

4 Représentation graphique
- Notion de représentation graphique
- Application à la résolution graphique d’équations

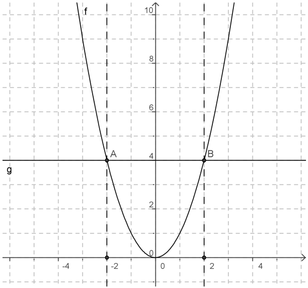
1. Vocabulaire
2. Transformations d'écritures
3. Intervalles de nombres réels
4. Représentation graphique
   - Notion de représentation graphique
   - Application à la résolution graphique d'équations

Propriété :

Soit k un nombre réel, f une fonction et $\mathcal{C}_f$ sa représentation graphique dans un repère. Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe avec la droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point de coordonnées $(0; k)$.

Exemple :

Sur la figure ci-dessous, est représentée la fonction f définie par $f(x) = x^2$.



La droite parallèle à l'axe des abscisses et passant par le point de coordonnées (0 ;4) coupe la courbe en deux points A et B d'abscisses -2 et 2. L'équation $f(x) = 4$ a donc pour solutions 2 et -2.