Équations de droites, classe de 2nde

Équations de droites, classe de 2nde

F. Gaudon

http://mathsfg.net.free.fr

28 mai 2013

Définition :

Soit $\mathcal{D}$ une droite dans le plan muni d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
On appelle *équation de la droite* $(\mathcal{D})$ toute équation vérifiée par et uniquement par les coordonnées $(x; y)$ des points de la droite $(\mathcal{D})$.

Propriété :

Dans un repère, l’ensemble des points M de coordonnées $(x; y)$ telles que $y = mx + p$ avec m et p deux réels fixés est une droite.

Preuve :

Propriété :

Dans un repère, l'ensemble des points M de coordonnées $(x; y)$ telles que $y = mx + p$ avec m et p deux réels fixés est une droite.

Preuve :

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = mx + p$.

Propriété :

Dans un repère, l'ensemble des points M de coordonnées $(x; y)$ telles que $y = mx + p$ avec m et p deux réels fixés est une droite.

Preuve :

Soit f la fonction affine définie par $f(x) = mx + p$. On sait que sa représentation graphique est une droite.

Théorème et définition :

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère et $\mathcal{D}$ une droite.

- Si $(\mathcal{D})$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées alors elle admet une équation de la forme :

Théorème et définition :

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère et $\mathcal{D}$ une droite.

- Si $(\mathcal{D})$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées alors elle admet une équation de la forme :

$$y = mx + p$$

appelée

Théorème et définition :

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère et $\mathcal{D}$ une droite.

- Si $(\mathcal{D})$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées alors elle admet une équation de la forme :

$$y = mx + p$$

appelée *équation réduite* avec :

Théorème et définition :

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère et $\mathcal{D}$ une droite.

- Si $(\mathcal{D})$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées alors elle admet une équation de la forme :

  $$y = mx + p$$

  appelée *équation réduite* avec :
  - m : nombre réel appelé

Théorème et définition :

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère et $\mathcal{D}$ une droite.

- Si $(\mathcal{D})$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées alors elle admet une équation de la forme :

$$y = mx + p$$

  appelée *équation réduite* avec :

  - m : nombre réel appelé *coefficient directeur*.

Théorème et définition :

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère et $\mathcal{D}$ une droite.

- Si $(\mathcal{D})$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées alors elle admet une équation de la forme :

$$y = mx + p$$

appelée *équation réduite* avec :

- m : nombre réel appelé *coefficient directeur*.
- p : nombre réel appelé

Théorème et définition :

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère et $\mathcal{D}$ une droite.

- Si $(\mathcal{D})$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées alors elle admet une équation de la forme :

$$y = mx + p$$

appelée *équation réduite* avec :

  - m : nombre réel appelé *coefficient directeur*.
  - p : nombre réel appelé *ordonnée à l'origine*.

Théorème et définition :

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère et $\mathcal{D}$ une droite.

- Si $(\mathcal{D})$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées alors elle admet une équation de la forme :

$$y = mx + p$$

  appelée *équation réduite* avec :
  - m : nombre réel appelé *coefficient directeur*.
  - p : nombre réel appelé *ordonnée à l'origine*.
- si $(\mathcal{D})$ est parallèle à l'axe des ordonnées elle admet une équation de la forme :

Théorème et définition :

Soit $(O; \vec{i}; \vec{j})$ un repère et $\mathcal{D}$ une droite.

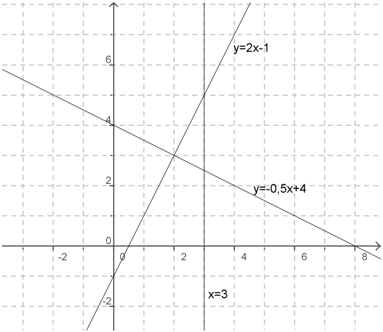
- Si $(\mathcal{D})$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées alors elle admet une équation de la forme :

$$y = mx + p$$

  appelée *équation réduite* avec :
  - m : nombre réel appelé *coefficient directeur*.
  - p : nombre réel appelé *ordonnée à l'origine*.
- si $(\mathcal{D})$ est parallèle à l'axe des ordonnées elle admet une équation de la forme :

$$x = k$$

  avec k nombre réel tel que tous les points de la droite $(\mathcal{D})$ ont pour abscisse k.


y=2x-1
y=-0,5x+4
x=3
6
4
2
0
-2
-2
0
2
4
6
8

Preuve :

- Soient A et B les points d'abscisses respectives 0 et 1 (ces points existent puisque la droite est supposée non parallèle à l'axe des ordonnées). Notons y_A et y_B leurs ordonnées respectives. On a donc $A(0; y_A)$ et $B(1; y_B)$. Soit f la fonction affine définie par $f(x) = (y_B - y_A)x + y_A$. On a $f(0) = y_A$ et $f(1) = y_B$ donc la représentation graphique de f est la droite qui passe par A et B, c'est à dire la droite $\mathcal{D}$. Donc tout point vérifiant $y = mx + p$ avec $m = y_B - y_A$ et $p = y_A$ se trouve sur $\mathcal{D}$ et tout point de $\mathcal{D}$ a ses coordonnées qui vérifient l'équation $y = mx + p$.

Preuve :

- Soient A et B les points d'abscisses respectives 0 et 1 (ces points existent puisque la droite est supposée non parallèle à l'axe des ordonnées). Notons y_A et y_B leurs ordonnées respectives. On a donc $A(0; y_A)$ et $B(1; y_B)$. Soit f la fonction affine définie par $f(x) = (y_B - y_A)x + y_A$. On a $f(0) = y_A$ et $f(1) = y_B$ donc la représentation graphique de f est la droite qui passe par A et B, c'est à dire la droite $\mathcal{D}$. Donc tout point vérifiant $y = mx + p$ avec $m = y_B - y_A$ et $p = y_A$ se trouve sur $\mathcal{D}$ et tout point de $\mathcal{D}$ a ses coordonnées qui vérifient l'équation $y = mx + p$.
- Soit k l'absisse du point M d'intersection de la droite avec l'axe des abscisses. Un point appartient à la droite si et seulement si il a la même abscisse que M c'est à dire si et seulement si ses coordonnées vérifient $x = k$.

Propriété :

Soient A et B de coordonnées $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ deux points tels que $x_A \neq x_B$.

Propriété :

Soient A et B de coordonnées $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ deux points tels que $x_A \neq x_B$. Alors la droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées, elle a donc une équation de la forme

Propriété :

Soient A et B de coordonnées $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ deux points tels que $x_A \neq x_B$. Alors la droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées, elle a donc une équation de la forme $y = mx + p$ et on a :

Propriété :

Soient A et B de coordonnées $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ deux points tels que $x_A \neq x_B$. Alors la droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées, elle a donc une équation de la forme $y = mx + p$ et on a :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

et

Propriété :

Soient A et B de coordonnées $(x_A; y_A)$ et $(x_B; y_B)$ deux points tels que $x_A \neq x_B$. Alors la droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées, elle a donc une équation de la forme $y = mx + p$ et on a :

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

et

$$p = y_A - mx_A$$

Preuve :
$x_A \neq x_B$ implique que la droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées. En outre, on a $y_B = mx_B + p$ et $y_A = mx_A + p$ puisque A et B appartiennent à la droite. D'où
$y_B - y_A = mx_B + p - (mx_A + p) = m(x_B - x_A)$ donc $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Preuve :
$x_A \neq x_B$ implique que la droite (AB) n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées. En outre, on a $y_B = mx_B + p$ et $y_A = mx_A + p$ puisque A et B appartiennent à la droite. D'où $y_B - y_A = mx_B + p - (mx_A + p) = m(x_B - x_A)$ donc $m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
Par ailleurs, $A(x_A; y_A)$ appartient à la droite donc ses coordonnées vérifient l'équation c'est à dire $y_A = mx_A + p$ donc $p = y_A - mx_A$.

Exemple :
Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par les points A et B de coordonnées $(1; 3)$ et $(-2; 5)$.

Exemple :
Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par les points A et B de coordonnées $(1;3)$ et $(-2;5)$.
$x_A \neq x_B$ donc

Exemple :
Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par les points A et B de coordonnées $(1;3)$ et $(-2;5)$.
$x_A \neq x_B$ donc $\mathcal{D}$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées. Son équation est donc de la forme

Exemple :
Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par les points A et B de coordonnées $(1; 3)$ et $(-2; 5)$.
$x_A \neq x_B$ donc $\mathcal{D}$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées. Son équation est donc de la forme $y = mx + p$.

Exemple :
Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par les points A et B de coordonnées $(1;3)$ et $(-2;5)$.
$x_A \neq x_B$ donc $\mathcal{D}$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées. Son équation est donc de la forme $y = mx + p$.
$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3-5}{1-(-2)} = \frac{-2}{3}$

Exemple :
Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par les points A et B de coordonnées $(1;3)$ et $(-2;5)$.
$x_A \neq x_B$ donc $\mathcal{D}$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées. Son équation est donc de la forme $y = mx + p$.
$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3-5}{1-(-2)} = \frac{-2}{3}$
et $p = y_A - mx_A = 3 - \frac{-2}{3} \times 1 = 3 + \frac{2}{3} = \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$

Exemple :
Soit $\mathcal{D}$ la droite passant par les points A et B de coordonnées $(1; 3)$ et $(-2; 5)$.
$x_A \neq x_B$ donc $\mathcal{D}$ n'est pas parallèle à l'axe des ordonnées. Son équation est donc de la forme $y = mx + p$.
$m = \frac{y_A - y_B}{x_A - x_B} = \frac{3-5}{1-(-2)} = \frac{-2}{3}$
et $p = y_A - mx_A = 3 - \frac{-2}{3} \times 1 = 3 + \frac{2}{3} = \frac{9}{3} + \frac{2}{3} = \frac{11}{3}$.
L'équation est donc $y = \frac{-2}{3}x + \frac{11}{3}$.

Propriété :

Deux droites $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{D}')$ d'équations réduites respectives $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$ sont parallèles si et seulement si

Propriété :

Deux droites $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{D}')$ d'équations réduites respectives $y = mx + p$ et $y = m'x + p'$ sont parallèles si et seulement si $m = m'$.

Preuve :
On considère les points A et B de coordonnées respectives $(0; p)$ et $(1; m+p)$. Ces deux points appartiennent àla droite $\mathcal{D}$ car $m \times x_A + p = m \times 0 + p = p = y_A$ et $m \times x_B + p = m + p = y_B$. De même, les points A' et B' de coordonnées respectives $(0; p')$ et $(1; m' + p')$ appartiennent à ma droite $\mathcal{D}'$. D'où, le vecteur $\vec{AB}$ de coordonnées $(1; m)$ a la même direction que la droite $\mathcal{D}$ et le vecteur $\vec{A'B'}$ de coordonnées $(1; m')$ a la même direction que la droite $\mathcal{D}'$.

Preuve :
On considère les points A et B de coordonnées respectives $(0; p)$ et $(1; m+p)$. Ces deux points appartiennent àla droite $\mathcal{D}$ car $m \times x_A + p = m \times 0 + p = p = y_A$ et $m \times x_B + p = m + p = y_B$. De même, les points A' et B' de coordonnées respectives $(0; p')$ et $(1; m' + p')$ appartiennent à ma droite $\mathcal{D}'$. D'où, le vecteur $\vec{AB}$ de coordonnées $(1; m)$ a la même direction que la droite $\mathcal{D}$ et le vecteur $A'\vec{B}'$ de coordonnées $(1; m')$ a la même direction que la droite $\mathcal{D}'$.
Les deux droites sont parallèles si et seulement si les vecteurs $\vec{AB}$ et $A'\vec{B}'$ ont la même direction c'est à dire sont colinéaires c'est à dire encore si et seulement si $1 \times m = 1 \times m'$ ce qui s'écrit finalement $m = m'$.